

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{երբ } a \geq 0 \\ -a, & \text{երբ } a < 0 \end{cases} \quad |3| = 3 \quad |-3| = -(-3) = 3 \quad |a| \geq 0 \text{ Գր}$$

$(a+b)$ -ի համարում $(b+a)$ $(a-b)$ -ն է, $(a-b)$ -ի համարում $(b-a)$ -ն է:
 $(a-b)^2 = (b-a)^2$

5) $a \cdot b = 0 \iff$ կամ $a = 0$, կամ $b = 0$

$\frac{a}{b} = 0 \iff a = 0$ երբ $b \neq 0$:

6) Հոգորմի հաջորդականություն 0-ի մեծ է չէ

7) Հանրահաշվական արտահայտության բացարձակ արժեքների բաժանումը
 դա հաճախականի (կամ բաժանի) այն արժեքների բաժանումն է, որոնք
 չեն փոխվում արտահայտության իմաստ փոխելիս և կոչվում են $D.A.F.$:

8) $y = f(x)$ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը, զրո արժեքների (x) բաժանումը
 հանումով կոչվում է $D(y)$: y -ի ընդունված արժեքների բաժանումը $E(x)$:

9) Գույք բաժնի ընդհանուր արժեքը $2K$ կամ $2b$ կամ $2n$
 Կենդանի բաժնի ընդհանուր արժեքը $2K+1$ կամ $2m+1$ կամ $2b-1$

10) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, $a^n \cdot a^{-n} = 1$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^n = 1$

11) $x^2 \leq a \iff -\sqrt{a} \leq x \leq \sqrt{a}$ կամ $x \in [-\sqrt{a}; \sqrt{a}]$ ($a \geq 0$)

$x^2 \geq a \iff x \leq -\sqrt{a} \cup x \geq \sqrt{a}$ կամ $x \in (-\infty; -\sqrt{a}] \cup [\sqrt{a}; \infty)$

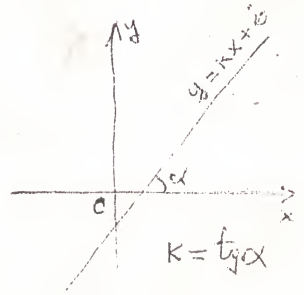
12) $|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a$

$|x| \geq a \iff x \leq -a \cup x \geq a$

Բացահայտում ֆունկցիայի

Ընդհանուր տեսք $y = Kx + b$

K — կոտորման և անհատականության գործակից
 b — ազատ անդամ



Գրաֆիկը ունի զիծ b :

Պարապարակ $y = Kx + b$ ֆունկցիայի գրաֆիկը կառուցելու
 համար բավական է գտնել Ox և Oy առանցքի
 վրա երկու կարգի կետեր: Սա անհրաժեշտ է, երբ $x = 0$
 գտնել $y = C$ $A(0; y)$, իսկ քանի որ $y = C$
 գտնել $x = C$ $B(x; 0)$ և փոխադրել այդ երկու կետերում
 անցնող ուղիղը ինչի $y = Kx + b$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Պարապարակ $y = Kx + b$ ֆունկցիայի $A(x_0; y_0)$ կետի ընդունված կետի $y = Kx + b$
 ուղիղ վրա, երբեք երբ կոորդինատները բավարարեն
 այդ ուղիղի համարումը:
 բ) $y = Kx + b$ ուղիղը անցնում է $A(x_0; y_0)$ կետով, երբ
 A կետի կոորդինատները բավարարում են ուղիղի համարումը:
 գ) երբ $b = 0$ $y = Kx$ ուղիղը անցնում է կոորդինատների սկզբնակետով:

Ուղիղների խաչաստման կետ

1) $y = K_1x + b_1$ ուղիղներ չեն լինում // երբ $\begin{cases} K_1 = K_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$
 $y = K_2x + b_2$

2) երբ $K_1 \neq K_2 \iff$ ուղիղները հանդիպում են:

3) երբ $K_1 = K_2$, $b_1 = b_2 \iff$ ուղիղները համընկնում են:

Օրինակ Գտնել բանաձևով այն ուղիղի համարումը, որը անցնում է
 $A(1; 2)$ կետով և // $y = 3 - 2x$ ուղիղին ($K = -2$):

Լուծում Ենթադրենք, որ ուղիղի համարումն է $y = Kx + b$:
 Քանի որ $A(1; 2)$ անցնում է ուղիղով $\Rightarrow 2 = K \cdot 1 + b$ $\Rightarrow b = 4 - K$ Ուրեմն $y = Kx + 4 - K$
 Երբ $K = -2$ $\Rightarrow y = -2x + 4 - (-2) = -2x + 6$

Պարզագծեր

Ուղիղ չի՞լ կարող ծ գրված լինել - այսպիսի լինում

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

այն ժող կարելի է քննել $y = kx + b$ լինո՞ւթի: Դրո՞ւք

$$y = -\frac{a_1}{b_1}x - \frac{c_1}{b_1} \Rightarrow k = -\frac{a_1}{b_1}, b = -\frac{c_1}{b_1}$$

Պարզագծեր (հետագամավորագծեր)

Պիցայի ունեն երկու ուղիղներ.

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$$K_1 = -\frac{a_1}{b_1}$$

$$K_2 = -\frac{a_2}{b_2}$$

1) Երբ $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$ և $\frac{c_1}{b_1} \neq \frac{c_2}{b_2} \Leftrightarrow$ ուղիղներ \parallel են: Չկա

կցույթ. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow$ ուղիղներ \parallel են:

2) Երբ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Leftrightarrow$ ուղիղներ հանդիմանում են:

3) Երբ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow$ ուղիղներ համընկած են:

Ինչպե՞ս ք-ի և m-ի ինչպիսիք պոնտներ գտնվում $4x - my + 3 = 0$ և $-2x - 3y + k = 0$ ուղիղները հիմեն \parallel (չեն համընկնի):

Համեմատել $K_1 = \frac{4}{m}, K_2 = -\frac{2}{3}, b_1 = \frac{3}{m}, b_2 = \frac{k}{3}$

$$\frac{4}{m} = -\frac{2}{3}, \frac{3}{m} \neq \frac{k}{3} \Rightarrow m = -6, k \neq -\frac{3}{2}$$

II հարցում $\frac{4}{-2} = \frac{-m}{-3} \neq \frac{3}{k} \Rightarrow m = -6, k \neq -\frac{3}{2}$

Պարզագծեր և) $y = b$ ուղիղ \parallel OX առանցքին

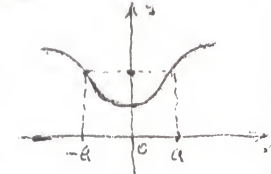


բ) $x = a$ ուղիղ \parallel OY առանցքին

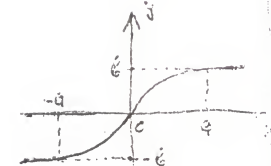


Փակցիաների գրաֆիկները ուղղանկյունով (y = f(x))

1) Երբ $f(-x) = f(x)$ — փակցիան զույգ է:
 Գրաֆիկը սիմետրիկ է OY-ի նկատմամբ:
 $y = x^2 + 1: f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x) \Rightarrow$
 \Rightarrow փակցիան զույգ է:

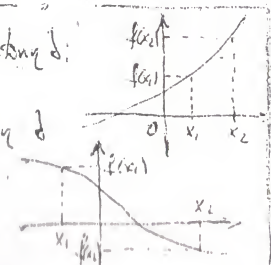


2) Երբ $f(-x) = -f(x)$ — փակցիան կենդ է:
 Գրաֆիկը սիմետրիկ է O(0,0) կարգի համարժեք սկզբնականների նկատմամբ:

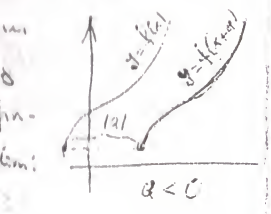


Երբ $f(x) = \frac{x^2}{x^3 + x}: f(-x) = \frac{(-x)^2}{(-x)^3 + (-x)} = \frac{x^2}{-x^3 - x} = -\frac{x^2}{x^3 + x} = -f(x) \Rightarrow$
 \Rightarrow փակցիան կենդ է:

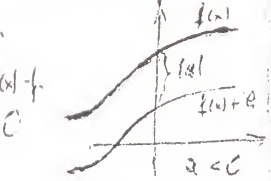
3) Երբ $x_1 < x_2, f(x_1) < f(x_2)$ — փակցիան աճող է:
 Գրաֆիկը բարձրանում է վերև:
 Երբ $x_1 < x_2, f(x_1) > f(x_2)$ — փակցիան նվազող է:
 Գրաֆիկը իջնում է ներքև:



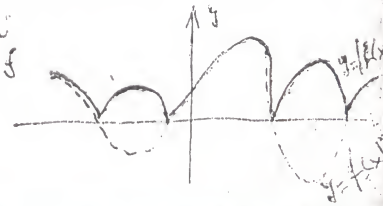
4) Երբ ունեն $y = f(x)$ փակցիանի գրաֆիկը, ապա
 $y = f(x+a)$ փակցիանի գրաֆիկը սրացվում է
 $y = f(x)$ -ի գրաֆիկից, այն a միավոր փոխադրվում:
 ա) աջ, երբ $a < 0$ փոխադրվում զրախեն:
 բ) ձախ, երբ $a > 0$



5) Երբ ունեն $y = f(x)$ փակցիանի գրաֆիկը, ապա
 $y = f(x) + a$ փակցիանի գրաֆիկը սրացվում է $y = f(x)$ -ի
 գրաֆիկից, այն a միավոր վերև երբ $a > 0$, կամ ներքև երբ $a < 0$
 փոխադրվում փոխադրվում:



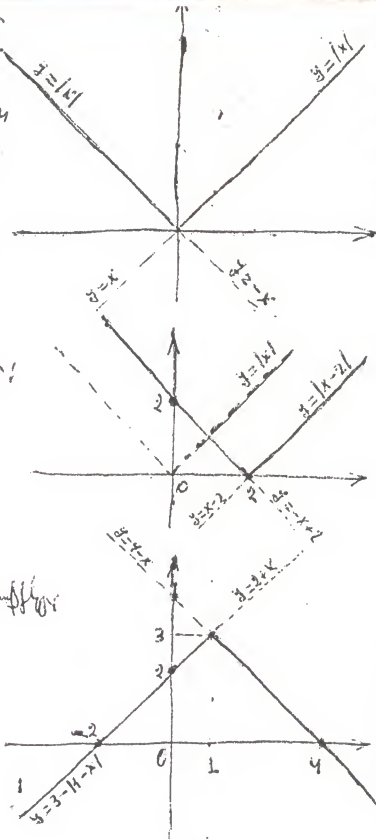
$y = |f(x)|$ փակցիանի գրաֆիկը սրացվում է
 $y = f(x)$ -ի գրաֆիկից, OX-ից ներքև ընկած
 մասը սիմետրիկ արդարացվելով վերև:



$y = |x|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը

Երբ $x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$ և $y = |x|$ ֆունկցիան
կհամընկնի $y = x$ ֆունկցիայի հետ (երբ $x \geq 0$):

Երբ $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$ և $y = |x|$ ֆունկցիան
կհամընկնի $y = -x$ ֆունկցիայի հետ (երբ $x < 0$):



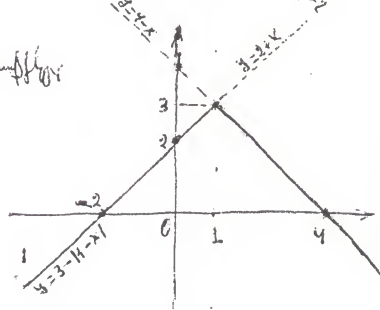
Հառաչել $y = |x-2|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

$y = |x|$ -ի գրաֆիկը 2 միավոր թեքվում ենք
աջ, քանի որ $a = -2 < 0$ ($f(x-2)$):

Հառաչել $y = 3 - |1-x|$ ֆունկցիայի գրաֆիկը

ա) երբ $1-x \geq 0 \Rightarrow y = 2+x$ (երբ $x \leq 1$)

բ) երբ $1-x < 0 \Rightarrow y = 4-x$ (երբ $x > 1$)

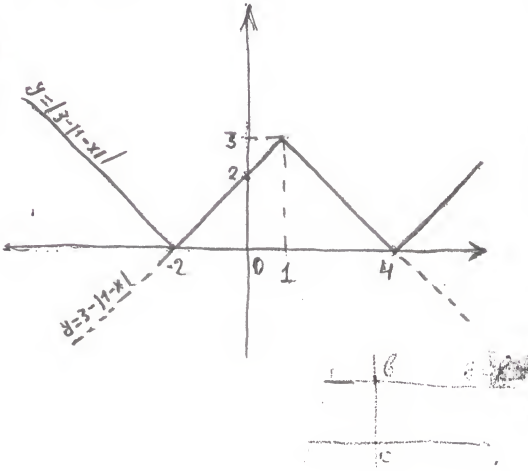


Գրառաչ

Հառաչել $y = |3 - |1-x||$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Հարաշատ անգամ 6-րդ կետի

$y = 3 - |1-x|$ ֆունկցիայի գրաֆիկի
այն ճառք, որն ընկած է Ox -ից
ներքև, Ox -ի նկարագրի սիմետրի-
կով պետք է արտացոլվեր վերև



Քննարկ համասարույթ և երանց լուծելիությունը

$ax = b$ տեսի համասարույթի կոչվում է գծ. համասարույթ:

1) երբ $a \neq 0$ — ունի մեկ լուծում $x = \frac{b}{a}$

2) երբ $a = 0, b \neq 0$ — լուծում չունի:

3) երբ $a = 0, b = 0$ — ունի անհամար լուծումներ:

Քննարկ

a -ի ինչ արժեքների դեպքում $(2a^2 - a)x + 1 = a^2 + x$ համա-
սարույթ լուծում չունի:

Լուծում: Բերենք գծ. համ. տեսքի. $(2a^2 - a - 1)x = a^2 - 1$

Լուծում չի ունենում երբ $\begin{cases} 2a^2 - a - 1 = 0 \\ a^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{1}{2}, a_2 = 1 \\ a \neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \text{պատ. } a = -1$

Կարգավորում
համասարույթի
լուծելիությունը
համասարույթի
կոչվում է գծ.
համասարույթ:
1) երբ $a \neq 0$
2) երբ $a = 0, b \neq 0$
3) երբ $a = 0, b = 0$

Կրկնային բազմապատկման բանաձևեր

1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3) $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

4) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

5) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

6) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

7) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

8) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

Շ

Քանի որ չափիչի մարմնում

Սահմանում

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ անգամ}}$$

$$a^0 = 1$$

Զանգվածային հատկություններ

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $2^3 \cdot 2^5 = 2^8$

2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$5^6 : 5^2 = 5^4$

3) $(a^m)^n = a^{mn}$

$(3^2)^3 = 3^6$

4) $(ab)^n = a^n b^n$

$6^5 = (2 \cdot 3)^5 = 2^5 \cdot 3^5$

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$

6) երբ $a \geq 0 \Rightarrow a^n \geq 0$ $n \in \mathbb{N}$ (բնական թվեր)

երբ $a \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} a^n \geq 0 & \text{երբ } n \text{ օրինակ } (n=2k) \\ a^n \leq 0 & \text{երբ } n \text{ անօրինակ } (n=2k+1) \end{cases}$

~~օրինակ~~ $(-2)^3 = -8$ ~~$(-2)^4 = 16$~~

Սահմանում

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad n \in \mathbb{N}$$

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$

Կրկնապատկում

$$a^n \cdot a^{-n} = 1$$

Գրքի նախաբանները համարվում են

$$(1) \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} (k_1 &= -\frac{a_1}{b_1} \text{ անկյունային գործ.}) \\ (k_2 &= -\frac{a_2}{b_2} \text{ անկյունային գործ.}) \end{aligned}$$

(2) համակարգի լավում կազմում է այն (x; y) բնագրային
պարամետրերում է համակարգի յուրաքանչյուր համակարգում է:

Հիմա, ֆե. հունիսից թե՛ր լուսնի արթնում

1) бпр $K_1 \neq K_2 \Leftrightarrow$ касательные q_1 и q_2 не совпадают;
кас. бпр $\frac{q_1}{\delta_1} \neq \frac{q_2}{\delta_2}$, кас. бпр $\frac{q_1}{\delta_1} = \frac{q_2}{\delta_2} \Leftrightarrow$ касательные и совпадают.

2) b.p. $K_1 = K_2$ ከ $-\frac{C_1}{C_1} \neq \frac{C_2}{C_2} \iff$ ከመስፍፍብ (ጠቅላይ) ጋር፡
 ሻጤ, b.p. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \iff$ ከመስፍፍብ (ጠቅላይ) ጋር፡

2) երբ $K_1 = K_2$ և $\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_2} \Leftrightarrow$ համապարփակ ուժի անորոշված
բաշխումը (ստանդարտ)
Դառն, երբ $\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_2} = \frac{C_1}{C_2} \Leftrightarrow$ անորոշված բաշխ. (ստանդարտ):

2. b) \vec{p}_2 auf der Höhe h der ersten Kugel

$$\boxed{q=2} \quad \begin{cases} 3x + (a+5)y = -11 \\ x + 4y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + (a+5)y + 11 = 0 \\ x + 4y - 7 = 0 \end{cases}$$

2. Lösung I. System
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{a+b} \cdot x - \frac{11}{a+b}, & x_1 = -\frac{3}{a+b}, \quad b_1 = -\frac{11}{a+b} \\ y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}, & x_2 = -\frac{1}{4}, \quad b_2 = \frac{7}{4} \end{cases}$$

2. $\frac{1}{a+5} = -\frac{1}{4}$ $\left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{a+5} = -\frac{1}{4} \\ -\frac{11}{a+5} = \frac{7}{4} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} a = 7 \\ a = -\frac{49}{4} \end{array} \right. \text{Aug. } a = 7.$

3. $\frac{3}{1} = \frac{9+5}{4} \neq -\frac{11}{2}$ $\frac{3}{1} = \frac{9+5}{4} \neq -\frac{11}{2}$ $\frac{3}{1} = \frac{9+5}{4} \neq -\frac{11}{2}$

յժմանդար ցեղի ամենից ցեղապետն Եղան Խոյ

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3y = -24 \\ 2x + y = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3(-2x - 8) = -24 \\ y = -2x - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x + 6 = -24 \\ y = -2x - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x = -30 \\ y = -2x - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{15}{4} \\ y = -2x - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{15}{4} \\ y = \frac{27}{2} \end{cases}$$

$\vec{p}_{\text{avg}} = (-\frac{20}{7}, \frac{24}{7})$

Zurückgeführt wurde auch das folgende

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y = -24 \quad | \cdot 1 \\ 2x + y = -8 \quad | \cdot 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y = -24 \\ 2x + y = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = -8 \end{cases} \quad \text{Ans: } (-4, -8)$$

Պարզություն : Գծային համասարմեքի համակարգի լուծում ((x, y) թվալույծն) համակարգի համասարմեքով որոշվող գծերի հաշման կերնն է ((x, y) թվալույծին համապատասխան $A(x, y)$ կերպ XOY հարթություն վրա):

1942

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

1.

9

Գծային հավասարումների համակարգեր

$$(1) \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad \left(k_1 = -\frac{a_1}{b_1} \text{ անկյունային գործ.} \right) \\ \left(k_2 = -\frac{a_2}{b_2} \text{ անկյունային գործ.} \right)$$

Ատկանում: (1) համակարգի լուծում կապում է սղն (x; y) թվապայքը որը բավարարում է համակարգի յուրաքանչյուր հավասարմանը:

Գծային համակարգերի լուծելիությունը

1) Երբ $k_1 \neq k_2 \iff$ համակարգը ունի մեկ լուծում:
 Կամ, երբ $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$, կամ երբ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \iff$ համակ. ունի մեկ լուծում:

2) Երբ $k_1 = k_2$ և $\frac{c_1}{b_1} \neq \frac{c_2}{b_2} \iff$ համակարգը լուծում չունի:
 Կամ, երբ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \iff$ համակարգը լուծում չունի:

3) Երբ $k_1 = k_2$ և $\frac{c_1}{b_1} = \frac{c_2}{b_2} \iff$ համակարգը ունի անթիվ բացարձակ լուծումներ:
 Կամ, երբ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \iff$ անթիվ բաց. լուծումներ:

Օրինակ a-ի հիշ արժեքների դեպքում համակարգը լուծում չունի.

$$\boxed{47-2} \quad \begin{cases} 3x + (a+5)y = -11 \\ x + 4y - 7 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 3x + (a+5)y + 11 = 0 \\ x + 4y - 7 = 0 \end{cases}$$

Լուծում I եղանակ. $\begin{cases} y = -\frac{3}{a+5}x - \frac{11}{a+5}, & k_1 = -\frac{3}{a+5}, b_1 = -\frac{11}{a+5} \\ y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}, & k_2 = -\frac{1}{4}, b_2 = \frac{7}{4} \end{cases}$

Լուծում չի ունենա, երբ $\begin{cases} -\frac{3}{a+5} = -\frac{1}{4} \\ -\frac{11}{a+5} \neq \frac{7}{4} \end{cases} \iff \begin{cases} a = 7 \\ a \neq -\frac{79}{4} \end{cases} \text{ Պայ. } a = 7.$

II եղանակ Լուծում չունի, երբ $\frac{3}{1} = \frac{a+5}{4} \neq -\frac{11}{7} \iff$ Պայ. $a = 7$

10. Համակարգերի լուծման պնդարձանք եղանակով.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x - 3y = -24 \\ 2x + y = -8 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x - 3(-2x - 8) = -24 \\ y = -2x - 8 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -6 \\ y = -20 \end{cases}$$

Պայ. $(-6; -20)$

Համակարգերի լուծման գումարման եղանակ

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x - 3y = -24 \\ 2x + y = -8 \end{cases} \begin{array}{l} 1 \\ + \\ 3 \end{array} \iff \begin{cases} 8x = -40 \\ 6x + 4y = -24 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -5 \\ y = -20 \end{cases} \text{ Պայ. } (-5; -20)$$

Պարզաբան

Գծային հավասարումների համակարգի լուծման (x; y) թվապայքի) համակարգի հավասարումներով որոշվող գծերի հարման կերպով է (x; y) թվապայքին համապատասխան $A(x, y)$ կետը xOy հարթության վրա:

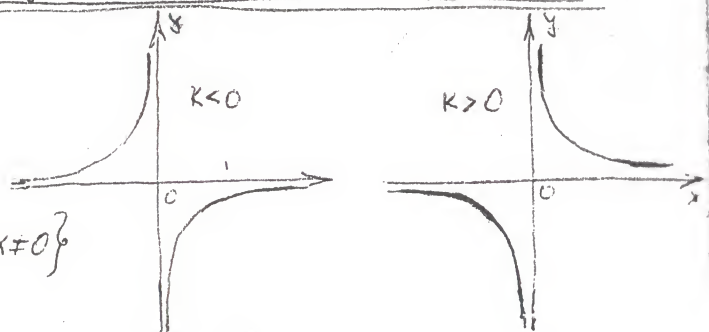
11

Հանգստից համեմատականության ֆունկցիա

$$y = \frac{k}{x}$$

Գրաֆիկ - հիպերբոլ

$$D(y) : \{x / x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$$



Ելն 250P) x -ի և z -ի ինչ արժեքների դեպքում $y = \frac{k}{x}$ հիպերբոլը և $y = kx + b$ ուղիղը անցնում է $Q(-2; 3)$ կետով:

Լուծում

$$\begin{cases} 3 = \frac{k}{-2} \\ 3 = k \cdot (-2) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -6 \\ 3 = -12 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -6 \\ b = 9 \end{cases} \text{ արդ. } -6; 9$$

[Handwritten scribbles and calculations, mostly illegible]

12

Դրական թվեր

Սահմանում $\frac{m}{n}$ անկրճարելի կոպրանդի դեպքում հեղինակային ընդամենը կոպրանդ են ունեցող թվեր: (ԸՎ)

Պրոպոզիցիա Պարզ d , որ բոլոր անբաժանելի թվերի ունեցող թվեր են: Իրագր. $-6 = -\frac{6}{1}, 13 = \frac{13}{1}$

Պրոպոզիցիա Կանխապես ունեցող թվի հեղինակային d անկրճարելի գործարարական գումարարկների կոպրանդի դեպքում:

Ելն

$$x = 8,000..., \frac{2}{3} = 0,66... = 0,6\bar{6}, \frac{1}{4} = 0,2500...$$

$$\frac{5}{7} = 0,714285714285... = 0,(\overline{714285})$$

Սահմանում Նիշ թվերը, որոնք հեղինակային են անկրճարելի ու գործարարական գումարարկների կոպրանդների դեպքում կոչվում են իրացիոնալ թվեր:

Ելն Չափանշանից որ $\sqrt{2} - 0$ իրացիոնալ թիվ է:

Լուծում

Դրա համար բավական է ց/ր որ այն չի հեղինակային $\frac{m}{n}$ անկրճարելի կոպրանդի դեպքում:

Այդ համարում $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ (որովհ $\frac{m}{n} - 0$ անկրճարելի)

Նիշ դեպքում $\frac{m^2}{n^2} = 2 \Rightarrow m^2 = 2n^2 \Rightarrow m^2$ -ն զույգ է:

$\Rightarrow m - 0$ զույգ է, այսինքն $m = 2k \Rightarrow$

$\Rightarrow 4k^2 = 2n^2 \Rightarrow n^2 = 2k^2 \Rightarrow n - 0$ զույգ է $n = 2l$

Չափանշ. $\frac{m}{n} = \frac{2k}{2l} = \frac{k}{l}$ կրճարելի $\Rightarrow \sqrt{2} - 0$ իրացիոնալ:

Իրացիոնալ են նաև $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots - 0$

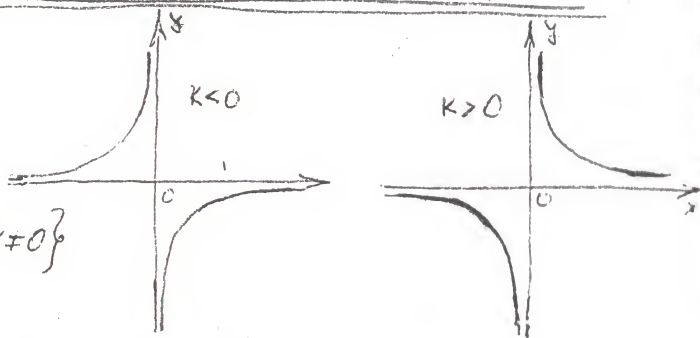
Սահմանում Բոլոր ունեցող և իրացիոնալ թվերի միջև չկան խափանի կոչվում է իրացիոնալ թվեր:

Հանրաձայն համեմակականության ֆունկցիա

$$y = \frac{k}{x}$$

Գրաֆիկ - հիպերբոլ

$$D(y) = \{x / x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$$



Գրաֆիկ 2.50.Բ) x -ի և y -ի թվային արժեքների սկզբում $y = \frac{k}{x}$ հիպերբոլը և $y = kx + b$ ուղիղը անցնում է $Q(-2; 3)$ կետով:

Լուծում

$$\begin{cases} 3 = \frac{k}{-2} \\ 3 = k \cdot (-2) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -6 \\ 3 = -12 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -6 \\ b = 15 \end{cases} \text{ արդ. } -6; 15$$

[Handwritten scribbles and notes, mostly illegible]

12

Դրական թվեր

Սահմանում $\frac{m}{n}$ անբացարձակ կոպրանդի դրական ռացիոնալ թվեր կոչվում են դրական թվեր: (Բ.)

Պարզաբաժան Պարզ է, որ բոլոր անբաժան թվերը ռացիոնալ թվեր են: Իրոք $-6 = -\frac{6}{1}$, $13 = \frac{13}{1}$

Պրայմալ Պրայմալ ռացիոնալ թիվ չկոպրանդի է անբաժան զամբերական զամբերական կոպրանդի դրական:

Երկր

$$z = 8,000...; \frac{2}{3} = 0,66... = 0,6\bar{6}; \frac{1}{4} = 0,2500...; \frac{5}{7} = 0,714285714285... = 0,(\overline{714285})$$

Սահմանում

Դրական թվեր, որոնք չկոպրանդի են անբաժան ու զամբերական զամբերական կոպրանդի դրական կոչվում են իրական թվեր:

Երկր

Չկոպրանդի որ $\sqrt{2}$ -ը իրական թիվ է:

Լուծում

Պրայմալ թվեր է $\frac{m}{n}$ որ պետք է չկոպրանդի $\frac{m}{n}$ անբացարձակ կոպրանդի դրական:

Պրայմալ $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ (որովհ $\frac{m}{n}$ -ը անբացարձակ է)

$$\text{Չկոպրանդի } \frac{m^2}{n^2} = 2 \Rightarrow m^2 = 2n^2 \Rightarrow m^2 \text{ զամբերական}$$

$$\Rightarrow m \text{ զամբերական, այսինքն } m = 2k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4k^2 = 2n^2 \Rightarrow n^2 = 2k^2 \Rightarrow n \text{ զամբերական } n = 2p \Rightarrow$$

$$\text{Չկոպրանդի } \frac{m}{n} = \frac{2k}{2p} \text{ կոպրանդի } \Rightarrow \sqrt{2} \text{ իրական թվ է}$$

Իրական են նաև $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots$ - Ե.

Սահմանում

Բոլոր ռացիոնալ և իրական թվերի բազմությունը կոչվում է իրական թվերի բազմություն:

5

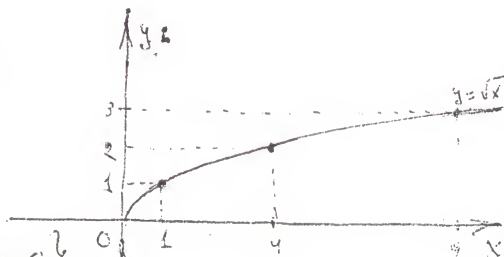
21. Wurzelfunktion ist die Umkehrf. des Ableitung f , mit $a \geq 0$ $\boxed{(\sqrt{a})^2 = a}$
bzw. $a < 0$ \sqrt{a} - die imaginäre Zahl:

$x^2 = 9$ heißt man auch eine Bin. G.

$$X = \pm \sqrt{a} \quad a \geq 0$$

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|} \quad \text{applied} \quad \sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$$

$y = \sqrt{x}$ Parabel y-Achse gegen x-Achse



10 14 9 16

2 1 0 1 2 3 4

Կոռլանդի Կիրոսյրբ. $\mathcal{L}(G) := \{x/x \geq 0\}$

ሳይክሎግራፊክ ጥያቄዎች: $E(Y) = \{y / y \geq 0\}$

4. minimum $y = 2 - \sqrt{x+1}$ - p-nyg jangyq qam aflyr:

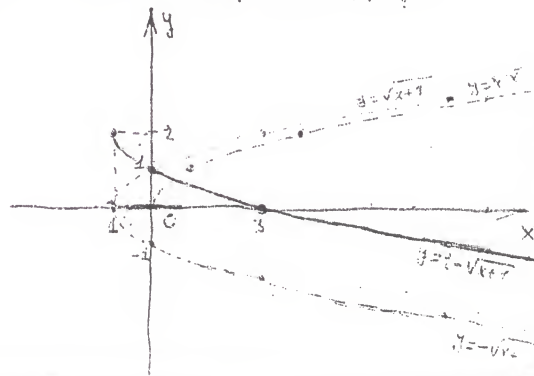
June 1st

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x+1) = \sqrt{x+1}$$

$$= g(x+1) = -\sqrt{x+1}$$

$$f(x) = -f(x+1) + 2 = 2 - \sqrt{x+1}$$



19

4) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$$2) \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$3) \sqrt[n]{a^{2k}} = a^k, \quad a \geq 0$$

Beispiel m) $a\sqrt{b} = \begin{cases} -\sqrt{a^2 b}, & a \leq 0 \\ \sqrt{a^2 b}, & a \geq 0 \end{cases}$

f) $\sqrt{a^{2k+1}} = \sqrt{a^{2k} \cdot a} = a^k \sqrt{a}, \quad a \geq 0$

CH4
Bewertung: $a \sqrt{b^2 a^2} \geq -\sqrt{b^2 a^4}$, für $a \leq 0$
 $\leq \sqrt{b^2 a^4}$, für $a \geq 0$

Իրականության դեպքում բերելով արժեքների գույքը,
 $\sqrt{a^6 b^3 c^7}$, էր $a < 0, b < 0, c < 0$:
Լուծում $\sqrt{a^6 b^3 c^7} = -a^3 b c^2 \sqrt{b \cdot c}$

all the more important for my friends to know;

$$1) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 2) \frac{1}{1-\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -1-\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+2} &= \frac{\sqrt{2}+1+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+1-\sqrt{3})(\sqrt{2}+1+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}+1+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+1)^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}{2+1\sqrt{2}+1-3} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}{1\sqrt{2}+3} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+1)(4\sqrt{2}-3)}{(4\sqrt{2}+3)(4\sqrt{2}-3)} \\ &= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+1)(4\sqrt{2}-3)}{32-9} \end{aligned}$$

Ans 11 $\sqrt{(x-3)^2} = 1$ Imposter

Indukt $|x-3| = 1$

1) $\begin{cases} x-3 \leq 0 \\ -x+3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = -1 \end{cases} \quad x = -1 \text{ (accepted)}$

2) $\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3 \\ x = 4 \end{cases} \quad x = 4 \text{ confirmed}$

$\partial_{\tau} = 2; -1$

Բացասական աստիճան (անբողբ) աստիճան

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}} \Rightarrow \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

օրինակ

$$\frac{6^n}{2^{n-1} \cdot 3^{n+1}} = \frac{2^n \cdot 3^n}{2^{n-1} \cdot 3^{n+1}} = 2^{n-(n-1)} \cdot 3^{n-(n+1)} = 2 \cdot 3^{-1} = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

օրինակ

$$0,1 \cdot x^{-3} : (0,1 \cdot x^{-1})^{-1} = \frac{0,1x}{x^3} \cdot \left(\frac{0,1x}{x}\right)^{-1} = \frac{0,1x \cdot x}{x^3 \cdot 0,1x} = \frac{0,1x^2}{0,1x^4} = 0,1x^{-2}$$

օրինակ

$$\frac{5^{n+1} \cdot 2^{n-2} + 5^{n-2} \cdot 2^{n+1}}{10^{n-2}} = \frac{2^{n-2} \cdot 5^{n-2} (5^3 + 2)}{10^{n-2}} = \frac{10^{n-2} \cdot 127}{10^{n-2}} = 127$$

n-աստիճանի արժույթ

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Նշումներ

Ա բոլոր n աստիճանի արժույթ կապում է ալի
թիվ, որի n աստիճանը հավասար է a: Էջ. է. $\sqrt[n]{a}$:

Պարզաբանություն

- ա) երբ $a \geq 0$, ապա $\sqrt[n]{a}$ -ն իմացք ունի միայն:
- բ) երբ $a < 0$, n անյոթ է, ապա $\sqrt[n]{a}$ -ն իմացք ունի միայն:
- գ) երբ $\sqrt[n]{a}$ n կենդանի է, ապա $\sqrt[n]{a}$ -ն իմացք ունի միայն:

օրինակ

$$\sqrt[3]{8} = 2, \sqrt[3]{-8} = -2, \sqrt[4]{16} = 2$$

$\sqrt[4]{-16}$ իմացք չունի:

Բացասական աստիճանի արժույթի ցանկ բացասական թվեր
է խորհուրդ:

Տարբերություններ Ենթան են ինչ որ փոխ. արժույթի համար:

Բացասական աստիճան

(6

Նշումներ

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{m}{n}})^{\frac{n}{n}} = (a^{\frac{m}{n}})^1 = a^{\frac{m}{n}}$$

$$3^{\frac{10}{5}} = (3^{\frac{2}{5}})^5$$

Տարբերություններ

Երբ p-ն և q-ն մասնական թվեր են, ապա

$$1) a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\text{օրինակ } 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2+1}{3}} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$$

$$2) a^p : a^q = a^{p-q}$$

$$\text{օրինակ } 2^{-\frac{3}{5}} : 2^{\frac{2}{5}} = 2^{-\frac{3}{5}-\frac{2}{5}} = 2^{-\frac{5}{5}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$3) (a \cdot b)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} \cdot b^{\frac{m}{n}}$$

$$4) \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \frac{a^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}}$$

$$\text{օրինակ } \sqrt[3]{\sqrt{6}} = \sqrt[6]{6}, \sqrt[3]{\sqrt[5]{-3}} = \sqrt[15]{-3}$$

$$5) \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\text{օրինակ } \sqrt[12]{a^{15} b^9 c^{18}} = \sqrt[4]{a^5 b^3 c^6}$$

$$6) (a^{\frac{m}{n}})^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{mp}{nq}}$$

$$\text{օրինակ } (3^{\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{5}} = 3^{-\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^{-2}} = \frac{1}{\sqrt[5]{3^2}}$$

օրինակ

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a-1}} : \left(1 + \sqrt{\frac{a+1}{a-1}}\right) =$$

$$= \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{a+1})^2} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{a-1}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{a-1})^2}\right) : \frac{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}}$$

$$= \left(\frac{-(\sqrt{a} - \sqrt{a+1}) + \sqrt{a} + \sqrt{a-1}}{a-1}\right) : \frac{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}}$$

$$= \frac{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}) - \sqrt{a-1}}{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}} = \sqrt{a-1}$$

Պարզաբանություն

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{m}{n}})^{\frac{n}{n}} = (a^{\frac{m}{n}})^1 = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a^{\frac{p}{q}} = (a^{\frac{p}{q}})^{\frac{q}{q}} = (a^{\frac{p}{q}})^1 = a^{\frac{p}{q}}$$

$$\left(\frac{(a+b)^{-7/4} \cdot c^{1/2}}{a^{2-1/4} b^{-3/4}} \right)^{1/3} : \left(\frac{b^3 c^4}{(a+b)^{2n} a^{16-8n}} \right)^{1/6} =$$

$$= \frac{(a+b)^{-7/3} \cdot c^{1/3}}{a^{2-1/3} b^{-1}} \cdot \frac{(a+b)^{1/3} \cdot a^{2-4n/3}}{b^{1/2} c^{2/3}} = \frac{b}{b^{1/2}} = b^{1/2} = \sqrt{b}$$

$$\frac{x-y}{x^{3/4} + x^{1/2} y^{1/4}} \cdot \frac{x^{1/2} y^{1/4} + x^{1/4} y^{1/2}}{x^{1/2} + y^{1/2}} \cdot \frac{x^{1/4} - y^{1/4}}{x^{1/2} - 2x^{1/4} y^{1/4} + y^{1/2}} =$$

$$= \frac{(x^{3/4} - y^{3/4})(x^{1/4} + y^{1/4})(x^{1/2} + y^{1/2}) \cdot x^{1/4} y^{1/4} (x^{1/4} + y^{1/4}) (x^{1/4} - y^{1/4})}{x^{1/2} (x^{1/4} + y^{1/4}) \cdot (x^{1/2} + y^{1/2}) \cdot (x^{1/4} - y^{1/4})^2} =$$

$$= \frac{y^{1/4} (x^{1/4} + y^{1/4})}{x^{1/4}}$$

$$\frac{1-\sqrt{2t}}{1-\sqrt[4]{8t^3} - \sqrt{2t}} \cdot \left(\frac{\sqrt[4]{\frac{1}{2t}} + \sqrt[4]{4t^2}}{1+\sqrt[4]{\frac{1}{2t}}} - \sqrt{2t} \right)^{-1} =$$

$$= \frac{(1-\sqrt{2t})}{(1-\sqrt[4]{2t})(1+\sqrt[4]{2t} + \sqrt{2t}) - \sqrt{2t}} \cdot \left(\frac{1+(\sqrt[4]{2t})^3}{\frac{\sqrt[4]{2t}}{\sqrt[4]{2t}} + 1} - \sqrt{2t} \right)^{-1} =$$

$$= \frac{1-\sqrt{2t}}{1+\sqrt[4]{2t}} \cdot \left(\frac{(1+\sqrt[4]{2t})(1-\sqrt[4]{2t} + \sqrt[4]{2t})}{-\sqrt[4]{2t} + 1} - \sqrt{2t} \right)^{-1} =$$

$$= \frac{(1-\sqrt[4]{2t})(1+\sqrt[4]{2t})}{1+\sqrt[4]{2t}} \cdot (1-\sqrt[4]{2t})^{-1} = 1$$

2.116. $(4+\sqrt{15})(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}}=2$

$$(4+\sqrt{15})(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}} = \sqrt{(4+\sqrt{15})^2 (\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3}))^2 (4-\sqrt{15})} =$$

$$= \sqrt{(4+\sqrt{15})^2 (5-2\sqrt{15}+3) (16-15)} =$$

$$= \sqrt{(4+\sqrt{15})^2 (8-2\sqrt{15})} = \sqrt{4(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})} = \sqrt{4(16-15)} = 2$$

2.132. $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{3} + \frac{4(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{4}$$

$$\sqrt{2}+\sqrt{6} = \sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}$$

$$\sqrt{2}+\sqrt{6} = \sqrt{2}+\sqrt{6}$$

2.134. $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = a$ $a > 0$

$$a^2 = (\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 =$$

$$= 7+4\sqrt{3} + 2\sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} + 7-4\sqrt{3} = 14+2\sqrt{49-48} = 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = 4: \quad a^2=16 \quad a>0 \Rightarrow a=4 \quad \text{Imp. 4:}$$

2.135. $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2+2\cdot 2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2} + \sqrt{2^2-2\cdot 2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}$

$$= \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2+\sqrt{3}| + |2-\sqrt{3}| = 2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3} = 4$$

2.153. $\sqrt{8-a} + \sqrt{5+a} = 5$; Imp. 6:

$$8-a + 2\sqrt{(8-a)(5+a)} + 5+a = 25$$

$$\sqrt{(8-a)(5+a)} = 6$$

2.1746. $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{5}{\sqrt{8}+\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{8}-\sqrt{5}} = 0$

$$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{5}{\sqrt{8}+\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{8}-\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} + \frac{5(\sqrt{8}-\sqrt{3})}{8-3} - \frac{3(\sqrt{8}+\sqrt{5})}{8-5}$$

$$= \sqrt{5}+\sqrt{3} + \sqrt{8}-\sqrt{3} - \sqrt{8}-\sqrt{5} = 0$$

Բաժանման համասարաններ

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

1) ընթացակարգ

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Աղյուսակային

Երբ b -ն զրոյ է ($b=0$) աղյուսակային կերպով

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

2) $\boxed{D = b^2 - 4ac}$ արտահայտությունը կոչվում է դիսկրիմինանտ

3) $ax^2 + bx + c = 0$ գում. համասարանը լուծելիություն է:

- ա) երբ $D = b^2 - 4ac > 0$ — համ. համասարանը ունի երկու իրական լուծում:
- բ) երբ $D = 0$ — համ. համասարանը ունի մեկ լուծում (կրկնակի լուծում):
- գ) երբ $D < 0$ — համ. համասարանը չունի լուծում:

4) Թերի գում. համասարաններ

- ա) $ax^2 + c = 0$ երբ $-\frac{c}{a} \geq 0$ $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$
- բ) $ax^2 + bx = 0$ ($c=0$) իսկա ունի լուծում:
 $x(ax+b) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$

Պարզադասարան սխալ է բ) դեպքում գում. համասարաններն են, որ սխալ ունեն երկու լուծում, որոնցից մեկ 0:

Յիշելի թեորեմ

Եթե x_1, x_2 -ը $ax^2 + bx + c = 0$ գում.

համասարանի արմատներն են, ապա

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Հակադաս թեորեմ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow x_1, x_2 \text{ - } ax^2 + bx + c = 0 \text{ գում. համասարանի արմատներ.}$$

6))

Դա՛ն, համասարանի արմատների նշանները

ա) Եթե $D > 0$
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \geq 0$
 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$ \Rightarrow գում. համասարանը ունի երկու իրական լուծում, որոնցից մեկը դրական, մեկը բացասական ($x_1 > 0, x_2 < 0$)

բ) Եթե $D > 0$
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0$
 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} < 0$ \Rightarrow գում. համասարանը ունի երկու իրական լուծում, որոնցից մեկը դրական, մեկը բացասական ($x_1 < 0, x_2 < 0$)

գ) Եթե $D > 0$
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} < 0$ \Rightarrow գում. համասարանը ունի երկու իրական լուծում, որոնցից մեկը դրական, մեկը բացասական.

Երկրորդ աստիճանի համասարաններ

$$\boxed{ax^4 + bx^2 + c = 0}$$

Զանգված t նշանակելով $x^2 = t$: Զանգված
 $at^2 + bt + c = 0$ գում. համասարան ($t \geq 0$)

Նշել համասարանի դրական լուծումները և փոխարինելով $x^2 = t$ համասարանը մեկ և մեկ լուծումով կազմակերպել համասարանի լուծումները:

3m-16

$$x^2 + \sqrt{a+1} \cdot x + 24 = 0$$

$$x_1 = 3x_2$$

a — ?

$$a+1 \geq 0 \Rightarrow a \geq -1$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 24 \\ x_1 = 3x_2 \\ x_1 + x_2 = -\sqrt{a+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x_2^2 = 24, x_2 = \pm 2\sqrt{2} \\ x_2 = \pm 6\sqrt{2} \\ x_1 + x_2 = -\sqrt{a+1} \end{cases}$$

$$a) x_1 = 2\sqrt{2}, x_2 = 6\sqrt{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = 8\sqrt{2}$$

$$8\sqrt{2} = -\sqrt{a+1} \Rightarrow a+1 = 128 \Rightarrow a = 127$$

127

$$b) x_1 = -2\sqrt{2}, x_2 = -6\sqrt{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = -8\sqrt{2}$$

$$-8\sqrt{2} = -\sqrt{a+1} \Rightarrow \sqrt{a+1} = 8\sqrt{2}$$

$$a+1 = 128 \Rightarrow a = 127 \quad \text{Answer: } \boxed{127}$$

3m-16

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \text{find roots } x_1, x_2$$

1m-10

$$x^2 - 3x + 2 = x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 2 =$$

$$= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) =$$

$$= (x-2)(x-1) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 1$$

3m-30

$$x^2 + (a-1)x + a+3 = 0$$

$$2x_1(3x_2+1) = 2-x_2$$

a — ?

$$2a = -8 \Rightarrow a = -4 \quad \text{Answer: } \boxed{-4}$$

3p-10

$$(2p-1)x^2 - (3p-2)x - 8p = 0$$

$$x_1 = 3$$

p — ?, x2 — ?

find p if $x_1 = 3$ is a root

$$9(2p-1) - 3(3p-2) - 8p = 0$$

$$p = 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{8p}{2p-1} \text{ find } 3x_2 = -\frac{24}{2 \cdot 3 - 1}$$

$$x_2 = -\frac{8}{5} \quad \text{Answer: } p=3, x_2 = -\frac{8}{5}$$

3p-10

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$x_1, x_2 \text{ are roots}$$

$$x_1^{-2} + x_2^{-2} = ?$$

$$x_1^{-2} + x_2^{-2} = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2}$$

$$= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2}$$

$$\text{from } x_1 + x_2 = 4, x_1 x_2 = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1^{-2} + x_2^{-2} = \frac{16 - 2 \cdot (-2)}{(-2)^2} = 3 \quad \text{Answer: } \boxed{3}$$

3p-56

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 1$$

$$z = (c+a)(a+b)^{-1}$$

$$z = \frac{c+a}{a+b} = \frac{\frac{c}{a} + 1}{1 + \frac{b}{a}}$$

$$-\frac{b}{a} = x_1 + x_2 = -1 \Rightarrow \frac{b}{a} = 1$$

$$\frac{c}{a} = x_1 x_2 = -2 \Rightarrow \frac{c}{a} = -2$$

$$\Rightarrow z = \frac{-2+1}{1+1} = -\frac{1}{2} \quad \text{Answer: } \boxed{-\frac{1}{2}}$$

3p-66

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 = 4, x_2 = c, c \neq 0, 25$$

$$b \cdot a^{-1} + 10^c = ?$$

$$b \cdot a^{-1} + 10^c = \frac{b}{a} + 1$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = -4$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = 4c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} = -4 \\ \frac{c}{a} = 4c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -4a \\ c = 4ac \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -4a \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

3p-10

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1^3 + x_2^3 = ?$$

$$x_1^3 + x_2^3 = 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) =$$

$$= (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) =$$

$$= (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) = 3(9 - 6) = 9$$

Answer: 9

Բանաձևի եռանդամ

$y = ax^2 + bx + c$

1) $\Delta = b^2 - 4ac$ - ձևովի 5 փոփոխմանք:

2) Հիմն շաճի փառակաճի աճաքելո՛:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right] = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

3) Բաճ. եռանդաճի աքաքքրիչեթի փերոճաճր՛:

Հթ $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow$ Կաքոչ եեճ գրե՛լ

$$\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = \left(\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$ax^2 + bx + c = a\left[x + \frac{b}{2a}\right]^2 - \left(\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right)^2 = a\left[x \cdot \frac{b}{2a} - \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right]\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) = a\left(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) = a(x - x_1)(x - x_2),$$

որեճ $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

փաքքե՛լ, եթ $\Delta > 0$, աքաք

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Դիքոքաքոճ Հիշե՛լ, որ՛

$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$



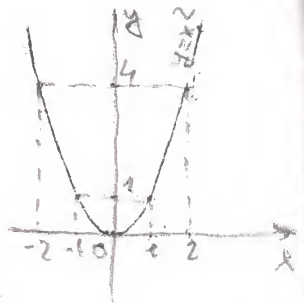
Բանաձևի եռանդամ զրո Կի՛ր

$y = ax^2 + bx + c$ Գրաճիկի աքաքքրաճ 5՛:

Ճաճաճաճի քեթիկեր

1) $y = x^2, a=1, b=0, c=0$

Գրաճիկի աճեթթիկ 5 0y-ի եկաճաճր, աքաքք (0,0) կեթաճ, ճաքթեթ փերե՛լ
 $x \in (-\infty; 1) -$ ճաքաք, $x \in (0; \infty) -$ աճաք

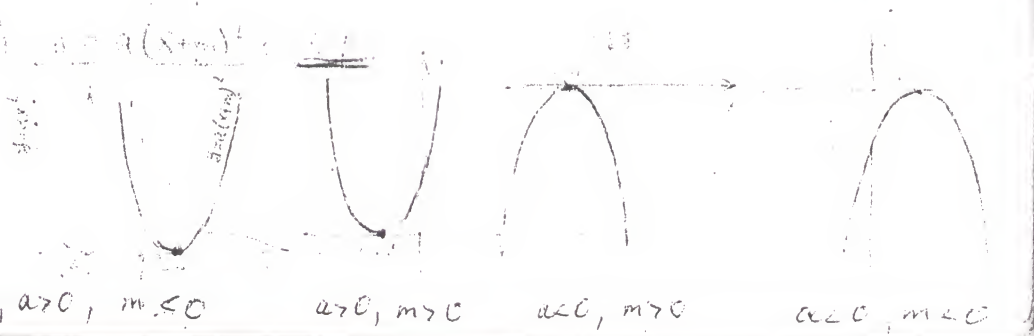
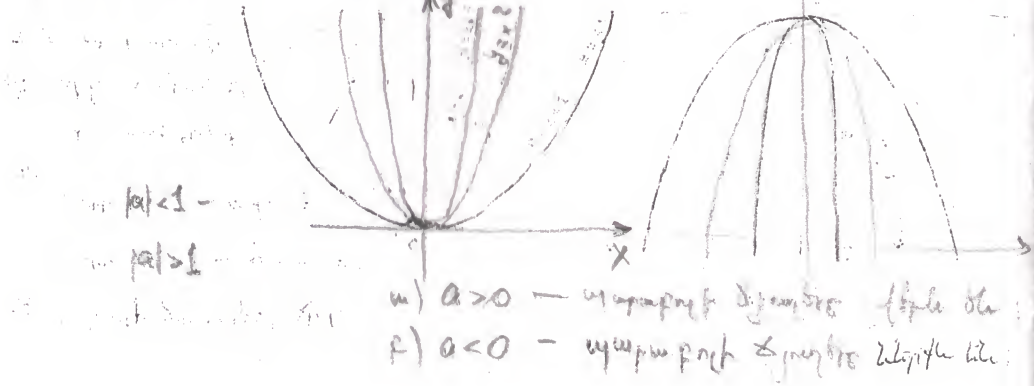


Դիքոքաքոճ

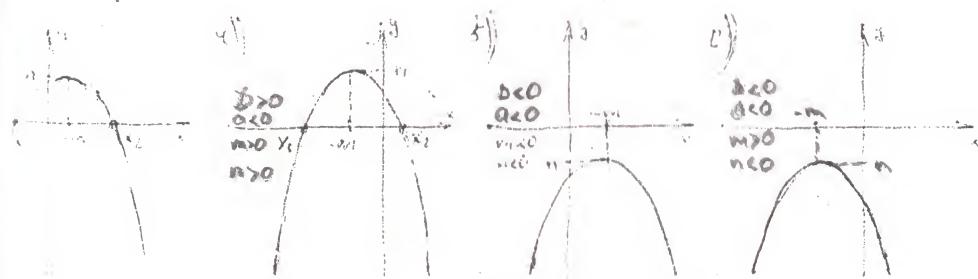
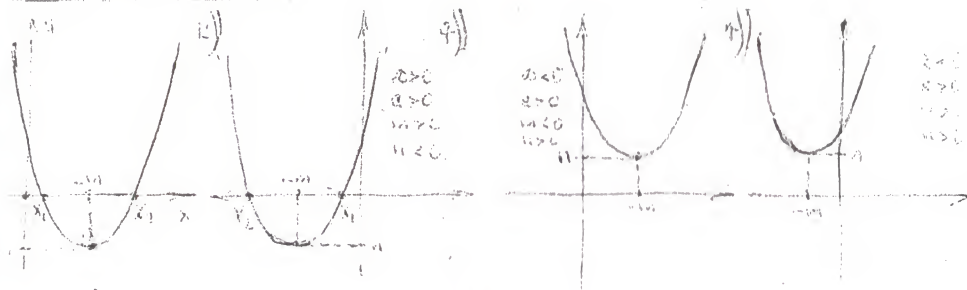
$y = -x^2$ ճաճեթթաճ (եթ $a=-1, b=0, c=0$) Գրաճիկի աքաքք (0,0) 5 $y=x^2$ ճ-ի գրաճիկի կաճ աճեթթիկ աքաքքաք կեթեթաճ 0x-ի եկաճաճաճր ճաքթեթ կեթեթ ճաճիկ:

2) $y = ax^2$

$b=0, c=0$



$$y = a(x+m)^2 + n$$

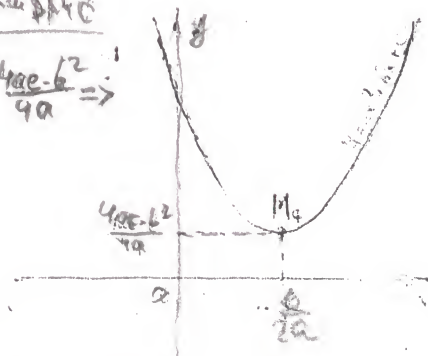


$$y = ax^2 + bx + c \text{ ֆակտորիզացիայի գրառելու}$$

$$(*) \Rightarrow ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{b}{2a}, n = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$M: \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$



Օրինակ

$$y = 1 + 2x - x^2 \text{ ֆակտորիզացիայի օգնությամբ (a=-1, b=2, c=1)}$$

$$a = -1 \Rightarrow \text{հարկում է փոխել նշանը: } y = -x^2 + 2x + 1$$

$$= \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(-1)(1) - 2^2}{4(-1)} = \frac{-4 - 4}{-4} = 2$$

$$y = -(x-1)^2 + 2$$

Օրինակ

Ձևի միջոցով արտահայտելով $x^2 + 0x + a - 2 = 0$ համարում ենք արմատների գումարի և արտադրյալի գումարը հետևյալ տեսքով:

Համարում ենք

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = a - 2 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = a^2 - 2(a - 2)$$

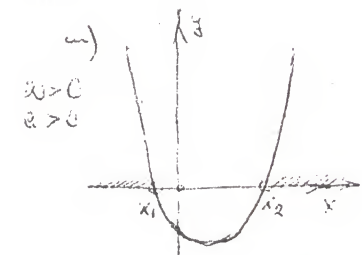
$$y = x_1^2 + x_2^2 = a^2 - 2a + 4 \text{ փոխարինելով } a \text{ (1-ից):}$$

$$\text{Փոխարինելով արտահայտությունը } y = 16 - 12 + 4 = 8 \text{ արդյունք:}$$

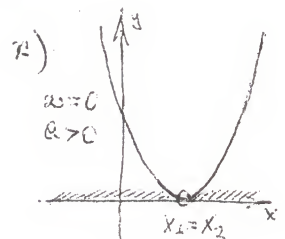
27

Quadratische Ungleichungen

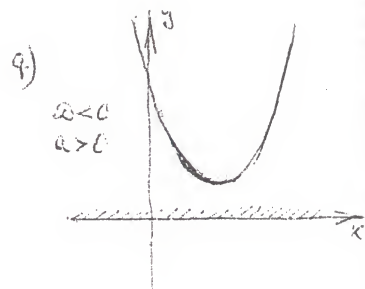
1)) $y = ax^2 + bx + c > 0$



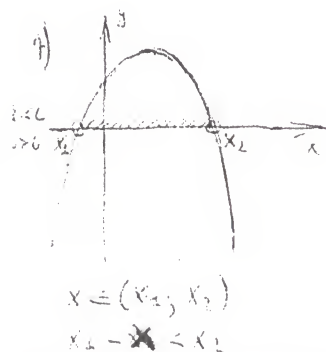
mit Diskriminante $x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$
 $x < x_1 \cup x > x_2$



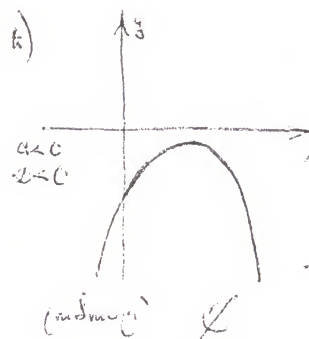
$x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$
 $x < x_1 \cup x > x_2$



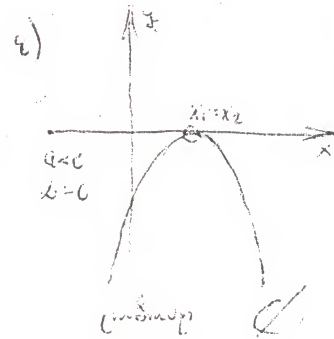
$x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$
 $-\infty < x < \infty$



$x \in (x_1, x_2)$
 $x_1 < x < x_2$



mit Diskriminante \emptyset



mit Diskriminante \emptyset

Wurzelsatz

$ax^2 + bx + c = 0$ mit Diskriminante

u) $a > 0$
 $x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$

u) $a = 0$
 $x \in (-\infty, \infty)$

u) $a < 0$
 $x \in (-\infty, \infty)$

u) $a < 0$
 $x \in [x_1, x_2]$

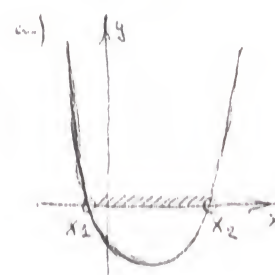
u) $a < 0$
 \emptyset

u) $a < 0$
mit Diskriminante $x = x_1$

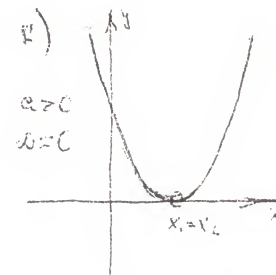
2))

$y = ax^2 + bx + c < 0$

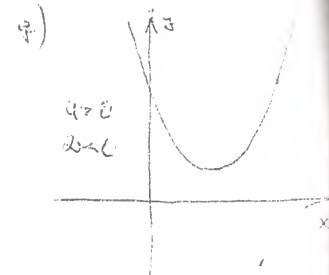
28



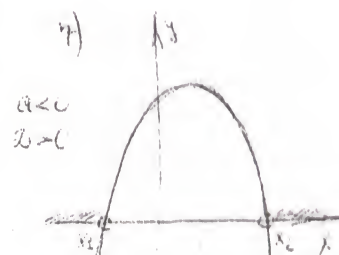
$x \in (x_1, x_2)$
 $x_1 < x < x_2$



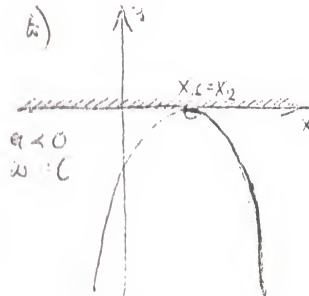
mit Diskriminante \emptyset



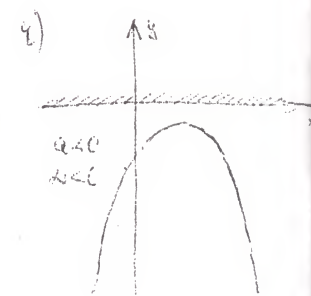
mit Diskriminante \emptyset



$x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$
 $x < x_1 \cup x > x_2$



$x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$
 $x < x_1 \cup x > x_2$



$x \in (-\infty, \infty)$
 $-\infty < x < \infty$

Wurzelsatz

$ax^2 + bx + c = 0$ mit Diskriminante

u) $a > 0$
 $x \in [x_1, x_2]$

u) $a = 0$
mit Diskriminante $x = x_1$

u) $a < 0$
 \emptyset

u) $a < 0$
 $x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$

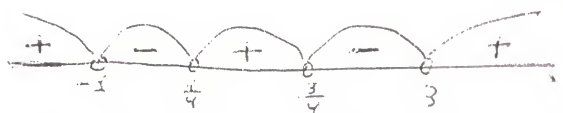
u) $a < 0$
 $x \in (-\infty, \infty)$

u) $a < 0$
 $x \in (-\infty, \infty)$

Ընդհանուր

$$\frac{(x+1)(4x-1)^2}{(x-3)(4x-3)^2} < 0$$

Համարիչի և հայտարարի 0 չեն լինում:
 $x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{4}, x_3 = 3, x_4 = \frac{3}{4}$



Պատասխան: $x \in (-1; \frac{1}{4}) \cup (\frac{3}{4}; 3)$

Պարզաբանություն

Քանի որ լինելով 0 անհավասարության, ապա $\frac{1}{4} - 0$ և $-1 - 0$ կոմպակտների լինելու պատճառով:

Ընդհանուր

$$\frac{(x-3)(x+1)}{(x+3)^2(x-4)} \leq 0$$

0-ն չեն լինում: $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = -3, x_4 = 4$



Պատասխան: $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; -1] \cup [3; 4)$

Ընդհանուր

$$\frac{x^2+5x-3}{x^2+5x+6} < 1$$

Գրառելով 0-ն չեն լինում: $-10x-9 = 0 \Rightarrow x_1 = -9/10$
 $x^2+5x+6 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -2$

$$\frac{x^2+5x-3}{x^2+5x+6} - 1 < 0$$

$$\frac{-10x-9}{x^2+5x+6} < 0$$



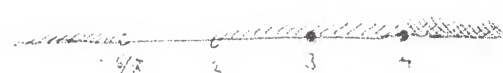
Պատասխան: $x \in (-3; -2) \cup (-\frac{9}{10}; \infty)$

Ընդհանուր

$$\frac{(x-3)^2(x-4)}{x^2x^2-x-6} \geq 0$$

Քանի որ $(x-3)^2 \geq 0$ (12րդ),
 Ա.Գ.Բ. -ում $x^2x^2-x-6 > 0$ (12րդ) $\Rightarrow x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$

Պատասխան



$x \in [4; \infty) \cup \{3\}$

Ք. Գ. Բ.

$$2x^2-x-6 > 0$$

$$x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 1$$



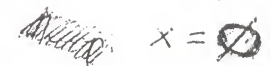
$x \in (-\infty; -\frac{3}{2}) \cup (1; \infty)$

Պարզաբանություն

$$\frac{2x-3}{1+x} \leq 0$$

Համարիչ I հայտարար

$$1) \begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ 1+x < 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq 3/2 \\ x < -1 \end{cases}$$



$$2) \begin{cases} 2x-3 \leq 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 3/2 \\ x > -1 \end{cases}$$

Պատասխան: $x \in (-1; 3/2]$

Համարիչ II հայտարար

Ք.Գ.Բ. $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$

Գրառելով համարիչի և հայտարարի 0-ն չեն լինում:

$$x_1 = -1, x_2 = 3/2$$



Պատասխան: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 3/2]$

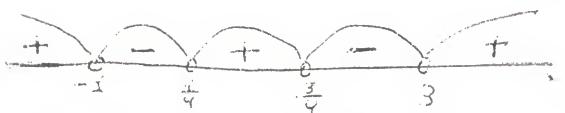
29

Միջակայքի տեսք

6m-6

$$\frac{(x+1)(4x-1)^2}{(x-3)(4x-3)^2} < 0$$

Համարիչի և հայրամարտի 0-ները:
 $x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{4}, x_3 = 3, x_4 = \frac{3}{4}$



Պատասխան: $x \in (-1; \frac{1}{4}) \cup (\frac{3}{4}; 3)$

Պարզաբան

Ջրե լինելը $\neq 0$ անհամարաբանություն, ուստի $\frac{1}{4}$ -ը և $-\frac{1}{4}$ -ը
 փոխելով լինում են:

Խ.Ա.Բ.

$$x \neq 3, x \neq \frac{3}{4}$$

$$x \in (-\infty; \frac{3}{4}) \cup (\frac{3}{4}; 3) \cup (3; \infty)$$

6m-4

$$\frac{(x-3)(x+1)}{(x+3)^2(x-4)} \leq 0$$

0-ները: $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = -3, x_4 = 4$



Պատասխան: $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; -1] \cup [3; 4)$

Խ.Ա.Բ.

$$x \neq -3, x \neq 4$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 4) \cup (4; \infty)$$

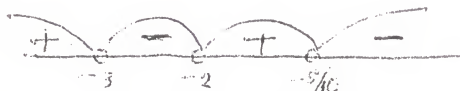
6m-13

$$\frac{x^2+5x-3}{x^2+5x+6} < 1$$

Ջրե 0-ները: $-10x-9=0 \Rightarrow x_1 = -\frac{9}{10}$
 $x^2+5x+6=0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -2$

$$\frac{x^2+5x-3}{x^2+5x+6} - 1 < 0$$

$$\frac{-10x-9}{x^2+5x+6} < 0$$



Պատասխան: $x \in (-3; -2) \cup (-\frac{9}{10}; \infty)$

Խ.Ա.Բ.

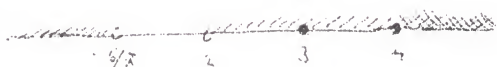
$$x \neq -3, x \neq -2$$

6m-59

$$\frac{(x-3)^2(x-4)}{x^2x^2-x-6} \geq 0$$

Ջրե 0-ները: $(x-3)^2 \geq 0$ իմիշտ
 Խ.Ա.Բ.-ով $\frac{x^2x^2-x-6}{x^2x^2-x-6} \geq 0$ իմիշտ $\Rightarrow x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$

Պատասխան:



$$x \in [4; \infty) \cup \{3\}$$

Խ.Ա.Բ.

$$x^2x^2-x-6 > 0$$

$$x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 1$$



$$x \in (-\infty; -\frac{3}{2}) \cup (1; \infty)$$

Պարզաբանության անհամարաբանություն

30

Պարզաբան

$$\frac{2x-3}{1+x} \leq 0$$

Համարիչ I հայրամարտ

$$\begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ 1+x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x < -1 \end{cases}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} 2x-3 \leq 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\text{Պատասխան: } x \in (-1; \frac{3}{2}]$$

Համարիչ II հայրամարտ ռաբ. հայրամարտ: Խ.Ա.Բ. $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$

Ջրե 0-ները: $x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{2}$



Պատասխան: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; \frac{3}{2}]$

3) Երկրորդական համարման լուծումների գտնադրում

$$ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad (*) \quad (\text{լուծումները } x_1, x_2, x_3, x_4):$$

Համարում է $t = x^2$ նշանակումով

$$at^2 + bt + c = 0 \quad (**) \quad (\text{լուծումները } t_1, t_2):$$

ա) $D < 0 \Rightarrow (**)$ -ը լուծում չունի $\Rightarrow (*)$ լուծում չունի:

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{c}{a} > 0 \\ t_1 + t_2 = -\frac{b}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow (**)-ը \text{ ունի } \text{դրական } 2 \text{ խոր (կամ } t_1 = t_2 < 0 \text{ ձեղ) բացասական արժեքներ} \Rightarrow (*) \text{-ը լուծում չունի:}$$

բ) Երբ $\begin{cases} c = 0 \\ a \cdot b > 0 \end{cases} \Rightarrow t_1 = 0, t_2 < 0 \Rightarrow (*) \text{-ը ունի ձեղ լուծում } x = 0:$

գ) Երբ $\begin{cases} D > 0 \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{c}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow (**)-ը \text{ ունի երկու զարգացողական արժեքներ (} t_1 < 0, t_2 > 0 \text{)} \Rightarrow (*) \text{-ը ունի երկու արժեք:}$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{t_2}$$

դ) Երբ $\begin{cases} D = 0 \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow (**)-ը \text{ ունի } t_1 = t_2 > 0 \text{ ձեղ արժեք} \Rightarrow (*) \text{-ը ունի երկու արժեք: } x_{1,2} = \pm \sqrt{t_1}:$

ե) Երբ $\begin{cases} c = 0 \\ a \cdot b < 0 \end{cases} \Rightarrow t_1 = 0, t_2 > 0 \Rightarrow (*) \text{-ը ունի } 3 \text{ արժեք: } x_1 = 0, x_{2,3} = \pm \sqrt{t_2}:$

զ) Երբ $\begin{cases} D > 0 \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{c}{a} > 0 \\ t_1 + t_2 = -\frac{b}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow (**)-ը \text{ ունի } 2 \text{ զարգացողական արժեքներ, } t_1 > 0, t_2 > 0 \Rightarrow (*) \text{-ը ունի } 4 \text{ արժեք: } x_{1,2} = \pm \sqrt{t_1}, x_{3,4} = \pm \sqrt{t_2}$

Օրինակ Եր-3.3

$$y = x^2 + (3a+2)x + 8a+14 = 0$$

$$x_1 < 1, x_2 > 1$$

$$a = ?$$

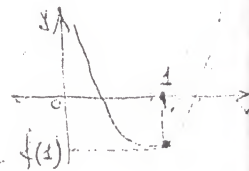
Ի կապում (լուծող է)

$$\begin{cases} D > 0 \\ x_1 = \frac{-3a-2 - \sqrt{(3a+2)^2 - 4(8a+14)}}{2} < 1 \\ x_2 = \frac{-3a-2 + \sqrt{(3a+2)^2 - 4(8a+14)}}{2} > 1 \end{cases}$$

Արդյոք բացի ինքնին լուծումներ:

$y = f(x)$ II կապում (շարժում)

$$\begin{cases} D > 0 \\ f(1) < 0 \end{cases} \begin{cases} (3a+2)^2 - 4(8a+14) > 0 \\ x^2 + (3a+2)x + 8a+14 < 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 9a^2 - 10a - 52 > 0 \\ 11a + 17 < 0 \end{cases} \begin{cases} a_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{568}}{9} \\ a < -17/11 \end{cases}$$

Դրա համար $a_2 = \frac{10 + \sqrt{568}}{9} > -17/11$ (ուղի)

$$a_1 - (-17/11) = \frac{10 - \sqrt{568}}{9} + \frac{17}{11} = \frac{263 - 11\sqrt{568}}{99} = \frac{\sqrt{65169} - \sqrt{68728}}{99} > 0 \Rightarrow a_2 > -17/11$$

Արդ. $a \in (-\infty; -17/11)$

5. Երբ $ax^2 + bx + c = 0$

$$x^2 - 2(a+1)x^2 - a^2 - a = 0$$

$$\text{նախ ժխտողով լուծում}$$

$$a = ?$$

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = -2(a+1) \\ C = -a^2 - a \end{cases}$$

$$\begin{cases} C = -a^2 - a = 0 \\ A \cdot B = -2(a+1) < 0 \end{cases} \begin{cases} a_1 = 0, a_2 = -1 \\ a > -1 \end{cases}$$

Արդ. $a = 0$

57-13 33

5-ր $ax^2+bx-5=0$ ($a>0$)
 համարման արժանի է: ցրելով
 $ax^2+bx-5=0$ հավ. արժանիներ
 $t_1, t_2 = -\frac{b}{a}$

Հայտնի, որ $t_1=5$ և $at^2+bt-5=0$
 համարման արժանի է:
 Հավելյալ երկրորդական համարման
 է. $x^2=t>0$:
 Հայտնի $at^2+bt-5=0$: $t_1=5$
 $\begin{cases} a>0 \\ t_1=5>0 \\ t_1 \cdot t_2 = 5 \cdot t_2 = -\frac{5}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow t_2 < 0 \Rightarrow$

\Rightarrow երկրոր. հավ. (անհավ. կերպի) $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ խմբ. $\boxed{\pm\sqrt{5}}$

44-5

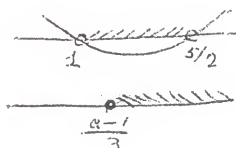
4-5 $\begin{cases} (-2x+5)(x-1) > 0 \\ a-3x \leq 1 \end{cases}$

Համարման թիվ (անհավ. կերպի)

a — ?

$\begin{cases} 2x^2-7x+5 < 0 \\ x \geq \frac{a-1}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=1; x_2=5/2 \\ x \geq \frac{a-1}{3} \end{cases}$



Համարման թիվ (անհավ. կերպի) $\frac{a-1}{3} > \frac{5}{2}$

$2a-2 > 15 \Rightarrow a > \frac{17}{2}$

խմբ. $a \in [\frac{17}{2}; \infty)$

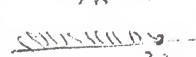
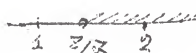
44-23

$\begin{cases} 5-3x \leq 0.5(2+x) \\ 6x-a \leq 3 \end{cases}$

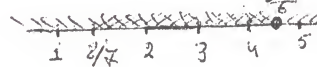
Համարման թիվ (անհավ. կերպի)
 բացարձակ արժանիության
 և կերպի կոմպլեքսի

a — ?

$\begin{cases} 3.5x \geq 4 \\ 6x \leq 3-a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2/7 \\ x \leq \frac{3-a}{6} \end{cases}$



$4 \leq \frac{3-a}{6} < 5$



$24 \leq 3-a < 30$

$21 \leq -a < 27$

$-27 < a \leq -21$

խմբ. $a \in (-27; -21]$

57-23

57

$x^2+2ax-1 \leq 0$

Համարման թիվ (անհավ. կերպի)
 2 երկրորդական համարման թիվ

a — ?

$2=a^2+1>0 \Rightarrow$ 4-րդ աստիճանի

$x_2-x_1=2$

$x_1=-a-\sqrt{a^2+1} \Rightarrow x_2-x_1=$

$x_2=-a+\sqrt{a^2+1}$

$=-a+\sqrt{a^2+1}+a+\sqrt{a^2+1}=2\sqrt{a^2+1}$

$2\sqrt{a^2+1}=2 \Rightarrow a^2+1=1 \Rightarrow a=0$

խմբ. $a=0$

57-54

$\sqrt{x-a}+\sqrt{x^2-2a^2+7a}=0, a>0$

Քանի որ $\sqrt{x-a} \geq 0$ և $\sqrt{x^2-2a^2+7a} \geq 0$ ըստ իրենցի \Rightarrow

$\Rightarrow \sqrt{x-a}=\sqrt{x^2-2a^2+7a}=0$ կամ

$\begin{cases} \sqrt{x-a}=0 \\ \sqrt{x^2-2a^2+7a}=0 \\ a>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-a=0 \\ x^2-2a^2+7a=0 \\ a>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=a \\ a^2-2a^2+7a=0 \\ a>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=a \\ a-a^2+7a=0 \\ a>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=a \\ 6a-a^2=0 \\ a>0 \end{cases}$

խմբ. $a=7$

$$1) \quad |f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \quad \text{oder} \quad \begin{cases} -f(x) = g(x) \\ f(x) < 0 \end{cases}$$

a) $f(x) = g(x)$
b) $f(x) = -g(x)$
unsymmetrisch

$$2) \quad |2x-1| = 3x+6$$

$$U \quad \begin{cases} 2x-1 = 3x+6 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -7 \\ x \geq 1/2 \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\cup \quad \begin{cases} -(2x-1) = 3x+6 \\ 2x-1 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ x < 1/2 \end{cases} \quad \begin{array}{c} -1 \quad 1/2 \\ \hline x = -1 \end{array} \quad \text{Ans. } x = -1$$

$$1) \quad |f(x)| \pm |g(x)| = p(x) \quad \text{allgemeine Ungleichung}$$

$$2) \quad |x+1| = 2|x-1| + x \quad \text{allgemeine Ungleichung}$$

gibst du, symmetrisch, 0-2-Prüfung $x_1 = -1, x_2 = 1$

$$a) \quad x \in (-\infty; -1] \Rightarrow \begin{cases} x+1 \leq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x+1| = -(x+1) = -x-1 \\ |x-1| = -(x-1) = 1-x \end{cases} \Rightarrow \text{allgemeine Ungleichung}$$

$$\Rightarrow -x-1 = -2x+2+x \Rightarrow 0 = 3 \quad \emptyset$$

$$b) \quad x \in (-1; 1) \Rightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x+1| = x+1 \\ |x-1| = 1-x \end{cases} \Rightarrow \text{allgemeine Ungleichung}$$

$$x+1 = 2-2x+x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \in (-1; 1) \quad \text{Lösung}$$

$$c) \quad x \in [1; \infty) \Rightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x+1| = x+1 \\ |x-1| = x-1 \end{cases} \Rightarrow \text{allgemeine Ungleichung}$$

$$x+1 = 2x-2+x \Rightarrow x = \frac{3}{2} \in [1; \infty) \quad \text{Lösung}$$

$$\text{Ans. } x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{3}{2}$$

$$1) \quad |f(x)| \leq g(x) \Leftrightarrow -g(x) \leq f(x) \leq g(x) \quad \text{für} \quad \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) \geq -g(x) \end{cases}$$

$$2) \quad |2x^2-13x+17| \leq 7-x$$

$$\begin{cases} 2x^2-13x+17 \leq 7-x \\ 2x^2-13x+17 \geq -(7-x) \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-6x+5 \leq 0 \\ x^2-7x+12 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [2; 3] \\ x \in (-\infty; 3] \cup [4; \infty) \end{cases} \quad \text{Ans. } x \in [2; 3]$$

$$2) \quad |f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < -g(x) \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

$$3) \quad |4x^2-2x-37| > 15-4x$$

$$\begin{cases} 4x^2-2x-37 < 15-4x \\ 4x^2-2x-37 > 15-4x \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2+2x-52 < 0 \\ 4x^2+2x-52 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{cases}$$

$$\text{Ans. } x \in (-\infty; -4) \cup (-3/2; 3) \cup (3; \infty)$$

$$4) \quad 2|x-1| + |3x+4| \leq 5x+2 \quad \text{allgemeine Ungleichung}$$

$$a) \quad x \in (-\infty; -4/3) \Rightarrow \begin{cases} -2x+2-3x-4 \leq 5x+2 \\ \Rightarrow x > -7/5 \end{cases} \quad \text{Diagram}$$

$$b) \quad x \in [-4/3; 1] \Rightarrow \begin{cases} -2x+2+3x+4 \leq 5x+2 \\ \Rightarrow x \geq 1 \end{cases} \quad \text{Diagram}$$

$$c) \quad x \in (1; \infty) \Rightarrow \begin{cases} 2x-2+3x+4 \leq 5x+2 \\ \Rightarrow 2 \leq 2 \end{cases} \quad \text{Ans. } [1; \infty)$$

հանրահաշիվ համալսարան

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases} \quad \text{և) } \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases} \quad \text{բ) } \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x+3} = x-6$$

I եղանակ

$$\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x-6 \geq 0 \\ (2x+3) = (x-6)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3/2 \\ x \geq 6 \\ x^2 - 14x + 33 = 0 \end{cases}$$

$x_{1,2} = 7 \pm 4$

Պր. $x = 11$

II եղանակ

$$2x+3 = x^2 - 12x + 36$$

$$x^2 - 14x + 33 = 0 \quad x_1 = 3 \text{ չի բավարարում, } x_2 = 11 \text{ բավարարում է: Պր. } 11:$$

$$\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = p(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ (\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)})^2 = [p(x)]^2 \end{cases}$$

ա) կամ սրբանշանով

$$\sqrt{6x-2} - 2\sqrt{x+1} = \sqrt{2x-6}$$

$$\sqrt{2x-6} + 2\sqrt{x+1} = \sqrt{6x-2}$$

$$2x-6 + 4\sqrt{2x^2-4x-6} + 4x+4 = 6x-2$$

$$\sqrt{2x^2-4x-6} = 0 \quad \text{կամ } 2x^2-4x-6 = 0$$

$$x^2-2x-3 = 0 \quad x_1 = -1 \text{ չի բավարարում, } x_2 = 3 \text{ բավարարում է}$$

Պր. $\boxed{3}$

$$(x-1)\sqrt{x^2-x-6} = 6x-6$$

$$(x-1)\sqrt{x^2-x-6} - 6(x-1) = 0$$

$$(x-1)(\sqrt{x^2-x-6} - 6) = 0$$

ա) $x-1 = 0 \quad x_1 = 1$ չի բավարարում

սրբանշանով $\sqrt{\dots}$ -ի արժեքը < 0 :

բ) $\sqrt{x^2-x-6} - 6 = 0$

$$x^2-x-6 = 36$$

$$x^2-x-42 = 0$$

$$x_1 = -6, \quad x_2 = 7 \text{ բավարարում է}$$

Պր. $\boxed{[-6; 7]}$

38

հանրահաշիվ համալսարան

$$\sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \leftarrow \text{Բ.Վ.Բ.} \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq [g(x)]^2 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{կամ } \text{Բ.Վ.Բ. - րանման} \\ \text{անհավասարություն} \end{array} \right)$$

գրվել

$$6x-5 \quad \sqrt{5x+4} - 2 \leq x$$

$$\sqrt{5x+4} \leq x+2$$

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 5x+4 \leq x^2+4x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2-x \geq 0 \end{cases}$$

$$x \in [-2; 0] \cup [1; \infty)$$

Պր.

$$x \in [-4/5; 0] \cup [1; \infty)$$

Բ.Վ.Բ.

$$5x+4 \geq 0$$

$$x \geq -4/5$$

$$x \in [-4/5; \infty)$$

$$\sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \leftarrow \text{Բ.Վ.Բ.} \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq [g(x)]^2 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{կամ } \text{Բ.Վ.Բ. - րանման} \\ \text{անհավասարություն} \end{array} \right)$$

գրվել

$$\text{լուծել } 1337$$

$$4x - \sqrt{6x^2-18x+12} \leq 10$$

$$\sqrt{6x^2-18x+12} \geq 4x-10$$

$$\begin{cases} 4x-10 \geq 0 \\ 6x^2-18x+12 \geq (4x-10)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 5/2 \\ 5x^2-31x+44 \leq 0 \end{cases}$$

$$x_1 = 2,2, \quad x_2 = 4$$

$$x \in [2,5; 4]$$

Բ.Վ.Բ.

$$6x^2-18x+12 \geq 0$$

$$x^2-3x+2 \geq 0$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [2; \infty)$$

$$\begin{cases} 4x-10 \leq 0 \\ \text{Բ.Վ.Բ.} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-10 < 0 \\ x^2-3x+2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 5/2 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [2; \infty) \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [2; 5/2)$$

Պր.

$$x \in (-\infty; 1] \cup [2; 4]$$

$$3)) \text{ a) } \sqrt{f(x)} \cdot g(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \leftarrow \text{D. U. R.} \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \quad \text{D. U. R.}$$

оптх 6p-14

$$(x-2)\sqrt{11x-5-2x^2} \geq 0$$

$$\text{Решим нр } \sqrt{11x-5-2x^2} \geq 0 \quad \forall x \text{ (D. U. R. - m)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 11x-5-2x^2 = 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq 2 \\ x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 11x + 5 \leq 0 \\ x_{1,2} = \frac{11 \pm 9}{4} \quad x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 5 \end{cases}$$



$$x \in [\frac{1}{2}; 5]$$

оптх.



$$x \in [2; 5] \cup \{\frac{1}{2}\}$$

$$4)) \text{ a) } \sqrt{f(x)} \cdot g(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \leftarrow \text{D. U. R.} \\ g(x) \leq 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

оптх 1318

$$(2x^2 - 11x + 15)\sqrt{7-6x-x^2} \leq 0$$

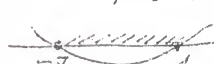
$$\text{Решим нр } \sqrt{7-6x-x^2} \geq 0 \quad \forall x \text{ (D. U. R. - m)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 11x + 15 \leq 0 \\ 7 - 6x - x^2 = 0 \end{cases}$$



$$x_1 = -7, x_2 = 1$$

$$\begin{cases} 7 - 6x - x^2 \geq 0 \\ x^2 + 6x - 7 \leq 0 \\ x_1 = -7, x_2 = 1 \end{cases}$$



$$x \in [-7; 1]$$

оптх.



$$x_1 = -7, x_2 = 1$$

$$5)) \sqrt{f(x)} \geq \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g(x) \end{cases} \leftarrow \text{D. U. R.}$$

$$6)) \sqrt{f(x)} \leq \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq g(x) \end{cases} \leftarrow \text{D. U. R.}$$

$$7)) \sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} \geq P(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ P(x) \geq 0 \\ (\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)})^2 \geq [P(x)]^2 \end{cases} \leftarrow \text{D. U. R.}$$

иногда D. U. R. - (иногда) -
иногда

$$8)) \sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} \leq P(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ P(x) \geq 0 \\ (\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)})^2 \leq [P(x)]^2 \end{cases} \leftarrow \text{D. U. R.}$$

$$9)) \sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} \geq \sqrt{P(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ P(x) \geq 0 \\ (\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)})^2 \geq P(x) \end{cases} \leftarrow \text{D. U. R.}$$

оптх 1381 1382

$$\sqrt{2x-8} + \sqrt{x-5} > \sqrt{3x-9}$$

$$2x-8 + 2\sqrt{2x^2-18x+40} + x-5 > 3x-9$$

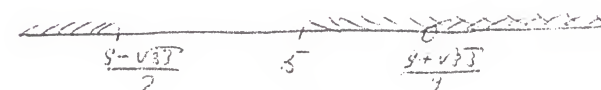
$$\sqrt{2x^2-18x+40} > 4$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 18x + 40 > 16 \\ 2x^2 - 18x + 40 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 9x + 12 > 0 \\ x^2 - 9x + 20 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{33}}{2} \\ x_{1,2} = \frac{9 \pm 1}{2} \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; \frac{9-\sqrt{33}}{2}) \cup (\frac{9+\sqrt{33}}{2}; \infty)$$

оптх.



$$x \in (-\infty; \frac{9-\sqrt{33}}{2}) \cup (\frac{9+\sqrt{33}}{2}; \infty)$$

41

$$\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} \geq \sqrt{p(x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{p(x)} + \sqrt{g(x)} \leq \sqrt{f(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \leftarrow \text{n. u. p.}$$

$$(\sqrt{p(x)} + \sqrt{g(x)})^2 \leq f(x)$$

1387

1387

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{2x+2} < \sqrt{3x+1}$$

$$x-2 + 2\sqrt{2x^2-2x-4} + 2x+2 < 3x+1$$

$$\sqrt{2x^2-2x-4} < 1$$

$$\begin{cases} 2x^2-2x-4 \geq 0 \\ 2x^2-2x-4 < 1 \end{cases} \begin{cases} x^2-x-2 \geq 0 \\ 2x^2-2x-5 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} \\ x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \quad x \in \left(\frac{1-\sqrt{17}}{2}; -1 \right] \cup \left[2; \frac{1+\sqrt{17}}{2} \right)$$

Ans: $x \in \left[2; \frac{1+\sqrt{17}}{2} \right)$

1359

1359

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{1-x} < \sqrt{3-2x}$$

$$x+4 + 2\sqrt{x^2-3x+4} + 1-x < 3-2x$$

$$\sqrt{x^2-3x+4} < -1-x$$

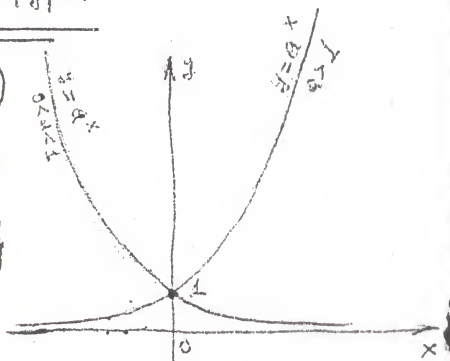
$$\begin{cases} -1-x > 0 \\ x^2-3x+4 < x^2+2x+1 \\ x^2-3x+4 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x < -1 \\ x > 3/5 \\ -\infty < x < \infty \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 1 \\ x \leq 3/2 \end{cases} \quad x \in [-4; 3/2]$$

Ans: \emptyset

Ynguzungfir pörulögur

$$y = a^x, \quad (a > 0, a \neq 1)$$



1) Ynguzungfir yfyrir $L(x): \{x/x \in (-\infty, \infty)\}$

2) Ynguzungfir yfyrir $E(y): \{y/y \in (0, \infty)\}$

- 3) Þegar $a > 1$ — vaxning (fyrir $x \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow \infty$)
 Þegar $0 < a < 1$ — minnkun (fyrir $x \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow 0$)

Ynguzungfir hvarfgröðuleyri

$$a^x = a^e \Leftrightarrow x = e$$

4u-24

$$3^{x+1} + 3^{2-x} = 28$$

$$3 \cdot 3^x + 3^2 \cdot 3^{-x} = 28$$

$$3 \cdot 3^x + \frac{9}{3^x} = 28$$

$$3 \cdot y = 28 \quad (y > 0)$$

$$3y + \frac{9}{y} = 28$$

$$3y^2 - 28y + 9 = 0$$

$$u) y_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^x = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow x = -1$$

$$p) y_2 = 9 \Rightarrow 3^x = 9 = 3^2 \Rightarrow x = 2$$

Ynguzungfir $x_1 = -1, x_2 = 2$

$$\text{Þess vegna } x_1 = -1, x_2 = 2$$

5p-5

$$3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$$

$$3 \cdot 2^{4x} + 2 \cdot 3^{4x} = 5 \cdot 2^{2x} \cdot 3^{2x}$$

$$3 + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x}$$

$$3 + 2 \cdot y^2 = 5y$$

$$2y^2 - 5y + 3 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow y_1 = 1, y_2 = 3/2$$

$$u) y = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$p) y = 3/2 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = 3/2 \Rightarrow x = 1/2$$

$$\text{Þess vegna } x_1 = 0, x_2 = 1/2$$

5p-20

$$4^{\frac{1}{x}} - 6^{\frac{1}{x}} = 2 \cdot 9^{\frac{1}{x}}$$

$$2^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{1}{x}} \cdot 3^{\frac{1}{x}} = 2 \cdot 3^{\frac{2}{x}} / 2^{\frac{2}{x}}$$

$$1 - \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{x}} \quad \text{z. } \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = y > 0$$

$$2y^2 + y - 1 = 0 \quad u) y = -1 \text{ er ekki laus}$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4}$$

$$p) y = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \log_{3/2} \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{\log_{3/2} \frac{1}{2}} = \log_{3/2} \frac{1}{1/2}$$

$$\text{Þess vegna } x = \log_{3/2} 2$$

4)

LogarithmusgesetzeWichtige $\log_a b$, $a > 0, a \neq 1, b > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$a > 0, a \neq 1, b > 0$$

Äquivalenz

$$a^c = b \iff c = \log_a b$$

$$\log_2 8 = 3, \log_2 \frac{1}{8} = -3, \log_2 27 = -3$$

Wichtige

$$1) \log_a a = 1$$

$$2) \log_a 1 = 0$$

$$3) \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$4) \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$5) \log_a b^k = k \log_a b$$

$$6) \log_a b = \frac{1}{k} \log_a b^k$$

$$7) \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$8) \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$9) a^{\log_a b} = b^{\log_a a}$$

Äquivalenz

$$\log_a b = \log_b a, \log_a b = \log_b a$$

Äquivalenz

$$a) \text{ für } \begin{matrix} a > 1 \\ b > 1 \end{matrix} \Rightarrow \log_a b > 0$$

$$\log_2 4 = 2 > 0$$

$$\text{für } \begin{matrix} a > 1 \\ c < b < 1 \end{matrix} \Rightarrow \log_a b < 0$$

$$\log_2 \frac{1}{4} = -2 < 0$$

$$b) \text{ für } \begin{matrix} c < a < 1 \\ b > 1 \end{matrix} \Rightarrow \log_a b < 0$$

$$\log_2 8 = -3 < 0$$

$$\text{für } \begin{matrix} c < a < 1 \\ 0 < b < 1 \end{matrix} \Rightarrow \log_a b > 0$$

$$\log_2 \frac{1}{8} = 3 > 0$$

$$3^{1 + \log_{\sqrt{2}} 3} \cdot \log_{\sqrt{2}} \frac{27}{9} \cdot \log_{\sqrt{2}} 65 = 3 \cdot 3^{\log_{\sqrt{2}} 3} \cdot (-1) \cdot \log_{\sqrt{2}} 2^{-1} =$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^{\log_2 2} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

$$4^{1 + \frac{1}{\log_2 2}} \cdot \log_{\sqrt{13}} 64 \cdot \log_{16} 169 = 4 \cdot 4^{\log_2 2} \cdot \log_{13} 2^6 \cdot \log_{2^4} 13^2 =$$

$$= 4 \cdot 2^{2 \log_2 2} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_{13} 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \log_2 13 =$$

$$= 4 \cdot 2^{\log_2 9} \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_{13} 2 \cdot \log_2 13 = 4 \cdot 9 \cdot 6 \cdot \frac{1}{\log_2 13} \cdot \log_{13} 2 = 216$$

$$3) \log_a a \cdot b^c + \log_a b^3 = 16 \quad \text{gegeben } \log_a b = 4$$

$$\log_a a + \log_a b^2 + 3 \log_a b = 16$$

$$7 \log_a b = 14$$

$$2 \log_a a + 2 \cdot 2 \cdot \log_a b + 3 \log_a b = 16$$

$$\log_a b = 2 \quad \text{Antwort: } \boxed{2}$$

14-5) $\log_{12} 27 = 9, \log_6 2 = ?$ 40

$$a = \log_{12} 3^3 = 3 \log_{12} 3 = 3 \cdot \frac{1}{\log_3 12} = \frac{3}{\log_3 3 + \log_3 4} = \frac{3}{1 + \log_3 4} =$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{1 + 2 \log_3 2} \Rightarrow \log_3 2 = \frac{3-a}{2} =$$

Ungewöhnlich $\log_6 2 = \frac{1}{\log_2 6} = \frac{1}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{1}{1 + \log_2 3} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\log_3 2}} =$

$$= \frac{1}{1 + \frac{2}{3-a}} = \frac{3-a}{3-a+2} = \frac{3-a}{3+a} \quad \text{Imp: } \left[\frac{3-a}{3+a} \right]$$

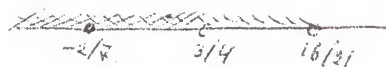
14-5) $|21a-16| = 22$ 14

$$\log_7 (3-14a) = ?$$

$$u) \begin{cases} 3-14a > 0 \\ 21a-16 = 22 \\ 21a-16 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < \frac{3}{14} \\ a = \frac{38}{21} \\ a > \frac{16}{21} \end{cases}$$



a) $\begin{cases} 21a-16 \leq 0 \\ 21a-16 = -22 \\ 3-14a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leq \frac{16}{21} \\ a = -\frac{2}{7} \\ a < \frac{3}{14} \end{cases}$



$\Rightarrow \log_7 (3-14a) = \log_7 (3+14 \cdot \frac{2}{7}) = \log_7 (3+4) = \log_7 7 = 1$

Imp: $\left[\frac{1}{7} \right]$

14-39) $\log_5 (a-4) - \log_5 a = 1$ 14

$$\log_{1/5} (a-2) = ?$$

$$1 = \log_5 (a-4) - \log_5 a = \log_5 \frac{(a-4)}{a} = \log_5 (a-4) + \log_5 a = \log_5 (a(a-4))$$

Ungewöhnlich $\log_5 (a^2-4a) = 1 \Rightarrow a^2-4a = 5$

$a^2-4a-5 = 0$

a) $a_1 = -1$ ist nicht (N.A.R.)

b) $a_2 = 5 \Rightarrow \log_{1/5} (a-2) = \log_{1/5} (5-2) =$

$= \log_{5^{1/2}} 3 = 2 \log_5 3 = 2$

Imp: $\left[\frac{1}{2} \right]$

14-44) $\log_2 a - \log_{1/2} (a+3) = 1 + \log_2 5$ 14

$$\log_{1/5} (a-1.8) = ?$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ a+3 > 0 \\ a-1.8 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a > -3 \\ a > 1.8 \end{cases} \Rightarrow a > 1.8$$

$\log_2 a + \log_2 (a+3) = \log_2 2 + \log_2 5 = \log_2 10$

$\log_2 (a^2+3a) = \log_2 10 \Rightarrow a^2+3a = 10$

$a^2+3a-10 = 0$

a) $a = -5$ ist nicht (N.A.R.)

b) $a = 2 \Rightarrow \log_{1/5} (a-1.8) = \log_{1/5} (2-1.8) = \log_{1/5} 0.2 =$

$= \log_{5^{-1/2}} \frac{1}{5} = -\frac{1}{2} \log_5 5^{-1} = -2 \cdot (-1) \cdot \log_5 5 = 2$

Imp: $\left[\frac{1}{2} \right]$

N.A.R.

$\begin{cases} a-4 > 0 \\ a > 0 \\ a-2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 4 \\ a > 0 \\ a > 2 \end{cases}$

$a > 4$

logarithmika paragraf

$$y = \log_a x, \quad a > 0, a \neq 1, x > 0$$

Definisikan himpunan $E(y) = \{x/x \in (0, \infty)\}$

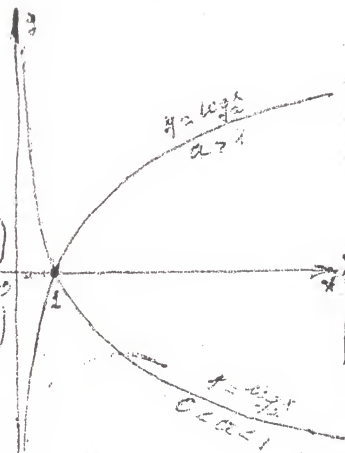
Definisikan himpunan $E(x) = \{y/y \in (-\infty, \infty)\}$

Jika $a > 1$ — maka $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$

Jika $0 < a < 1$ — maka $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$

Logaritma $\log_a x \rightarrow -\infty$, jika $\begin{cases} a > 1 \\ x \rightarrow 0 \end{cases}$

$\log_a x \rightarrow +\infty$, jika $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ x \rightarrow 0 \end{cases}$



logaritma dan sifat-sifatnya

$$\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$$

$$\log_a (2x+3) \cdot \log_a 2 = 1$$

$$\frac{1}{2} \log_a (2x+3) \cdot \frac{1}{\log_a 2} = 1$$

$$\log_a (2x+3) = 2$$

$$x^2 = 2x + 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = 3$$

1. 1. 1.

1. 1. 1.

1. 1. 1.

$$\log_5 (x-2) = 1 - \log_5 (x-6)$$

$$\log_5 (x-2) = \log_5 5 - \log_5 (x-6)$$

$$\log_5 (x-2) = \log_5 \frac{5}{x-6}$$

$$x-2 = \frac{5}{x-6}$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 7$$

$$x_1 = 1, x_2 = 7$$

$$x_1 = 1, x_2 = 7$$

1. 1. 1.

1. 1. 1.

$$\log_{x+1} (6x+1) = 2$$

$$6x+1 = (x+1)^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

1. 1. 1.

1. 1. 1.

$$4 \cdot x^{\log_2 x} - 2^{1 + \log_2^2 x} = 32$$

$$4 \cdot x^{\log_2 x} - 2 \cdot 2^{\log_2 x \cdot \log_2 x} = 32$$

$$4 \cdot x^{\log_2 x} - 2 \cdot (2^{\log_2 x})^{\log_2 x} = 32$$

$$4 \cdot x^{\log_2 x} - 2 \cdot x^{\log_2 x} = 32$$

$$2 \cdot x^{\log_2 x} = 32$$

$$x^{\log_2 x} = 16$$

$$\log_2 (x^{\log_2 x}) = \log_2 16$$

$$\log_2^2 x = 4$$

$$a) \log_2 x = -2, x_1 = \frac{1}{4}$$

$$b) \log_2 x = 2, x_2 = 4$$

1. 1. 1.

1. 1. 1.

$$2^3 \cdot 9^2 = 81$$

$$\log (x-3)^2 = \log x - 2 \log 3$$

$$3^{3+2x} = 3^7$$

$$\log \frac{(x+3)^2}{x} = \log 9$$

$$8+3x = 4$$

$$(x+3)^2 = 9x$$

$$y = 4-2x$$

$$(4-x)^2 = 9x$$

$$y = 4-2x$$

$$x_1^2 - 17x + 16 = 0$$

$$y_1 = 2, y_2 = -28$$

$$x_1 = 1, x_2 = 16$$

1. 1. 1.

5/

Հարկի բանաձևեր

$$1) \log_a x \geq \log_a y \iff \begin{cases} \text{ա) } x \geq y, & \text{երբ } a > 1 \\ \text{բ) } x \leq y, & \text{երբ } 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$2) \log_a x \leq \log_a y \iff \begin{cases} \text{ա) } x \leq y, & \text{երբ } a > 1 \\ \text{բ) } x \geq y, & \text{երբ } 0 < a < 1 \end{cases}$$

Կարգաբարձ

$$1) a^x \leq b \iff \begin{cases} \text{ա) } x \leq \log_a b, & \text{երբ } a > 1 \\ \text{բ) } x \geq \log_a b, & \text{երբ } 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$2) \log_a x \leq b \iff \begin{cases} \text{ա) } x \leq a^b, & \text{երբ } a > 1 \\ \text{բ) } x \geq a^b, & \text{երբ } 0 < a < 1 \end{cases}$$

Կարգաբարձի անհավասարություններ

$$1) a^x > a^y \iff \begin{cases} \text{ա) } x > y, & \text{երբ } a > 1 \\ \text{բ) } x < y, & \text{երբ } 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$2) a^x < a^y \iff \begin{cases} \text{ա) } x < y, & \text{երբ } a > 1 \\ \text{բ) } x > y, & \text{երբ } 0 < a < 1 \end{cases}$$

Կարգաբարձ

$$\text{ա) } \log_a b > 0 \iff \begin{cases} \text{ա) } b > 1, & \text{երբ } a > 1 \\ \text{բ) } ab < 1, & \text{երբ } 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$\text{բ) } \log_a b < 0 \iff \begin{cases} \text{ա) } b < 1, & \text{երբ } a > 1 \\ \text{բ) } ab > 1, & \text{երբ } 0 < a < 1 \end{cases}$$

Գրեմ

$$7^{2x} + 49 \cdot 25^{x-1} < 2,96 \cdot 35^x \quad 0 < x \in (-\infty, \infty)$$

$$7^{2x} + \frac{49}{25} \cdot 5^{2x} < 2,96 \cdot 7^x \cdot 5^x / 5^{2x} \text{ բազմ.}$$

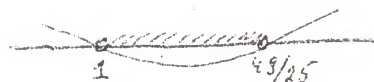
$$\left(\frac{7}{5}\right)^{2x} - 2,96 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^x + \frac{49}{25} < 0$$

$$y_2: \left(\frac{7}{5}\right)^x = y > 0$$

$$25y^2 - 74y + 49 < 0$$

$$y_{1,2} = \frac{37 \pm \sqrt{2}}{25}$$

$$y_1 = 1, \quad y_2 = \frac{49}{25}$$



$$1 < y < \frac{49}{25}$$

$$\begin{cases} y > 1 & \left(\frac{7}{5}\right)^x > 1 & x > 0 \\ y < \frac{49}{25} & \left(\frac{7}{5}\right)^x < \left(\frac{7}{5}\right)^2 & x < 2 \end{cases}$$

$$x \in (0; 2)$$

$$\text{Դպր. } x \in (0; 2)$$

Գրեմ

$$2 \cdot 3^{x+3} < 9 + 3^{x-1}$$

$$162 \cdot 3^{x-1} < 9 + 3^{x-1}$$

$$161 \cdot 3^{x-1} < 9$$

$$3^{x-1} < \frac{9}{161}$$

$$x-1 < \log_3 \frac{9}{161}$$

$$x < 1 + \log_3 \frac{9}{161}$$

$$4 \cdot 6^x - 9 \cdot 4^x < 0$$

$$4 \cdot 6^x < 9 \cdot 4^x / 4^x \text{ բազմ.}$$

$$\left(\frac{6}{4}\right)^x < \frac{9}{4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x < \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$x < 2$$

$$\text{Դպր. } x \in (-\infty; 2)$$

53

$$4 \cdot 3^{2x} + 5 \cdot 12^x \geq 3 \cdot 2^{4x+1}$$

$$4 \cdot 3^{2x} + 5 \cdot 3^x \cdot 4^x \geq 6 \cdot 4^{2x} / 3^{2x} \text{ p.m.d.}$$

$$6 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x - 4 \leq 0$$

$$2. \left(\frac{4}{3}\right)^x = y > 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{4}{3}\right)^x > 0 \\ \left(\frac{4}{3}\right)^x \leq \frac{4}{3} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -\infty < x < \infty \\ x \leq 1 \end{array} \right.$$

$$6y^2 - 5y - 4 \leq 0$$

$$y_1 = -\frac{1}{2}, \quad y_2 = \frac{4}{3}$$



$$0 < y \leq 4/3$$

$$\text{Ans. } x \in (-\infty; 1]$$

$$0,2 \frac{6 \log_4 x - 3}{\log_4 x} > \sqrt[3]{0,008^{2 \log_4 x + 1}}$$

$$0,2 \frac{6 \log_4 x - 3}{\log_4 x} > 0,2^{2 \log_4 x - 1}$$

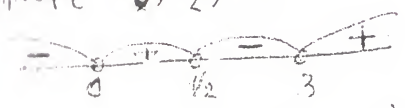
$$\frac{6 \log_4 x - 3}{-\log_4 x} < 2 \log_4 x - 1$$

$$2. \log_4 x = y$$

$$\frac{6y-3}{y} < 2y-1$$

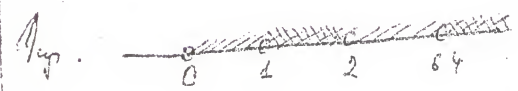
$$\frac{2y^2 - 7y + 3}{y} > 0$$

Ans. $0; \frac{1}{2} \cup 3$



$$\left[\begin{array}{l} 0 < \log_4 x < \frac{1}{2} \\ \log_4 x > 3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 1 < x < 2 \\ x > 64 \end{array} \right]$$

$$x \in (1; 2) \cup (64; \infty)$$



$$x \in (1; 2) \cup (64; \infty)$$

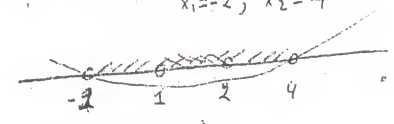
01/11/14

$$\log_{\frac{1}{2}} \log_2 \log_{x-1} g > 0$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \log_{x-1} g < 1$$

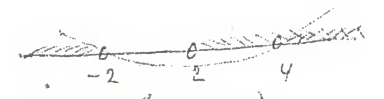
$$\log_{x-1} g < 2$$

$$u) \left\{ \begin{array}{l} 0 < x-1 < 1 \\ g > (x-1)^2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 < x < 2 \\ x^2 - 2x - 8 < 0 \\ x_1 = -2, x_2 = 4 \end{array} \right.$$



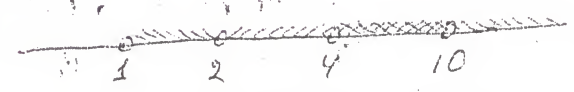
$$x \in (1; 2)$$

$$R) \left\{ \begin{array}{l} x-1 > 1 \\ g < (x-1)^2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ x^2 - 2x - 8 > 0 \end{array} \right.$$



$$x \in (4; \infty)$$

Ans.



$$x \in (1; 2) \cup (4; 10)$$

12.11.14

$$\left\{ \begin{array}{l} x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \\ \log_{x-1} g > 0 \Rightarrow x-1 > 1 \end{array} \right.$$

$$\log_{x-1} g > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 1 \\ x-1 > 1 \\ \log_{x-1} g > 1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > 1 \\ x > 2 \\ g > x-1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ x < 10 \end{array} \right.$$



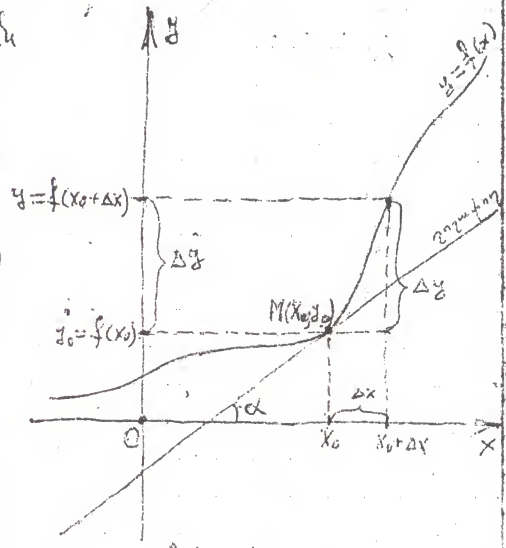
$$x \in (2; 10)$$

ԱՐԱՆՑՈՒԱԼՆԵՐ

Ճիշդ գրված է $y=f(x)$ ֆունկցիան
 x_0 -ին կազմ Δx ան
 y -ը կազմի $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$ ան

Աստիճան $\forall x$ կետում $y=f(x)$
ֆունկցիայի անալիզի կոեֆիցիենտն է
հեղեղի աստիճանը

կամ
$$\left\{ \begin{aligned} y' &= f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ f'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \end{aligned} \right.$$



Անալիզի երկրաչափական իմաստը
 x_0 կետում $y=f(x)$ ֆունկցիայի
անալիզի կոեֆիցիենտը $M(x_0, f(x_0))$ կետում գտնված շոշո-
յուղի և Ox առանցքի դրական ուղղությամբ կերպով անալիզի
(այսինքն շոշոյի անկյունային գործակիցը) կազմում է
 $f'(x_0) = \tan \alpha$

Շոշոյի համապատասխանություն
Եթե $y=f(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկին x_0
արագիւ անցող $M(x_0, f(x_0))$ կետում գտնված շոշոյի համա-
պատասխան կենի
$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$
 կամ
$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Ֆունկցիա $x_0=2$ կետում $y=x^2$ ֆունկցիայի գրաֆիկին գտնված
շոշոյի համապատասխանությունը
Լուծում $y_0=f(x_0)=2^2=4$ | շոշոյի համ. $y-y_0=4(x-2)$
 $y'= (x^2)' = 2x \Rightarrow f'(2)=2 \cdot 2=4$ | կամ $y=4x-4$ ($k=4$)

Անալիզի կանոններ

- 1) $C' = 0$ (այսինքն հաստատունի ած. 0 ($\leftarrow z'=0$))
- 2) $(a \cdot f(x))' = a \cdot f'(x)$
- 3) $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
- 4) $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
- 5) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{[g(x)]^2}$
- 6) Բարդ ֆունկցիայի անալիզի կոեֆիցիենտ

$$x' = 1$$

$$(f(\varphi))' = f' \cdot \varphi'$$

Անալիզի աղյուսակ

- | | | | |
|-------------------------|--|-------------------|-------------------------------------|
| 1) $y = x^m$ | $y' = m \cdot x^{m-1}$ | $y = C^m$ | $y' = m \cdot C^{m-1} \cdot C'$ |
| 2) $y = \sqrt{x}$ | $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $y = \sqrt{C}$ | $y' = \frac{1}{2\sqrt{C}} \cdot C'$ |
| 3) $y = \frac{1}{x}$ | $y' = -\frac{1}{x^2}$ | $y = \frac{1}{C}$ | $y' = -\frac{1}{C^2} \cdot C'$ |
| 4) $y = a^x$ | $y' = a^x \cdot \ln a$ | $y = a^C$ | $y' = a^C \cdot \ln a \cdot C'$ |
| $y = e^x$ | $(e^x)' = e^x$ | $y = (e^C)$ | $y' = e^C \cdot C'$ |
| $y = 2^{\sqrt{1+3x^3}}$ | $y' = 2^{\sqrt{1+3x^3}} \cdot \ln 2 \cdot (\sqrt{1+3x^3})' =$
$= 2^{\sqrt{1+3x^3}} \cdot \ln 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{1+3x^3}} \cdot (1+3x^3)' =$
$= 2^{\sqrt{1+3x^3}} \cdot \ln 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{1+3x^3}} \cdot (0+3 \cdot 3x^2)$ | | |

$$y = \log_a x \quad y' = \frac{1}{x \cdot \ln a} \quad y = \log_a e \quad y' = \frac{1}{e \cdot \ln a} \cdot e'$$

$$y = \ln x \quad y' = \frac{1}{x} \quad y = \ln e \quad y' = \frac{1}{e} \cdot e'$$

$$y = \ln \frac{2x^2 - \frac{1}{3x}}{\sqrt{1+3^{2x^2}}} \quad \text{nur 5) - nur (unten) h 5) Produkt}$$

$$y' = \frac{1}{\frac{2x^2 - \frac{1}{3x}}{\sqrt{1+3^{2x^2}}}} \cdot \frac{(2x^2 - \frac{1}{3x})' \cdot \sqrt{1+3^{2x^2}} - (\sqrt{1+3^{2x^2}})' (2x^2 - \frac{1}{3x})}{1+3^{2x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1+3^{2x^2}}}{2x^2 - \frac{1}{3x}} \cdot \frac{(4x - \frac{1}{3}(-\frac{1}{x^2})) \sqrt{1+3^{2x^2}} - \frac{3^{2x^2} \ln 3 \cdot 4x}{2\sqrt{1+3^{2x^2}}} (2x^2 - \frac{1}{3x})}{1+3^{2x^2}}$$

$$y = \sin x \quad y' = \cos x \quad y = \sin e \quad y' = \cos e \cdot e'$$

$$y = \cos x \quad y' = -\sin x \quad y = \cos e \quad y' = -\sin e \cdot e'$$

$$y = \tan x \quad y' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad y = \tan e \quad y' = \frac{1}{\cos^2 e} \cdot e'$$

$$y = \cot x \quad y' = -\frac{1}{\sin^2 x} \quad y = \cot e \quad y' = -\frac{1}{\sin^2 e} \cdot e'$$

$$y = \cot (\cos (\log_2 (3^{\sqrt{\frac{1}{9}x}})))$$

$$y' = \frac{1}{\sin^2 (\cos (\log_2 (3^{\sqrt{\frac{1}{9}x}})))} \cdot (-\sin (\log_2 (3^{\sqrt{\frac{1}{9}x}}))) \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{3^{\sqrt{\frac{1}{9}x}} \cdot \ln 3} \cdot 3^{\sqrt{\frac{1}{9}x}} \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{9}x}} \cdot 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}x}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{1}{x}} \cdot (-\frac{1}{x^2})$$

Maximum of function

$$① \quad y = \frac{x}{x^2+1} \quad y' = \frac{x'(x^2+1) - (x^2+1)' \cdot x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

$$② \quad y = \frac{x \cdot \sin x}{x-3} \quad y' = \frac{(x \cdot \sin x)' \cdot (x-3) - (x-3)' \cdot x \cdot \sin x}{(x-3)^2} =$$

$$= \frac{(x' \cdot \sin x + \sin x \cdot x') \cdot (x-3) - 1 \cdot x \cdot \sin x}{(x-3)^2} =$$

$$= \frac{(\sin x + x \cos x)(x-3) - x \cdot \sin x}{(x-3)^2} = \frac{x^2 \cos x - 3x \cos x - 3 \sin x}{(x-3)^2}$$

$$③ \quad y = x \sin^3 x + \cos^3 2x$$

$$y' = x' \cdot \sin^3 x + x(\sin^3 x)' + 3 \cos^2 2x (\cos 2x)' =$$

$$= \sin^3 x + 3x \sin^2 x (\sin x)' + 3 \cos^2 2x (-\sin 2x) \cdot (2x)' =$$

$$= \sin^3 x + 3x \sin^2 x \cdot \cos x - 3 \cos^2 2x \cdot \sin 2x \cdot 2$$

$$④ \quad x_0 = 2 \quad \text{für } y = x^2 \quad \text{für } y = x^2 \quad y' = 2x \quad y'(x_0) = 2 \cdot 2 = 4$$

$$⑤ \quad f(x) = \frac{x-2}{\cos x} \quad \text{für } f'(0)$$

$$f'(x) = \frac{(x-2)' \cdot \cos x - (\cos x)' \cdot (x-2)}{\cos^2 x} = \frac{\cos x + \sin x \cdot (x-2)}{\cos^2 x}$$

$$f'(0) = \frac{\cos 0 + \sin 0 \cdot (0-2)}{\cos^2 0} = \frac{1+0}{1} = 1$$

58

Հոշմանի Կոմպոզիցիա

ԴՔ 41

$$f(x) = 2 \cdot (1+x^2)^{-1}, \quad x_0 = -1$$

Հանձնվում է հոշմանի կոմպոզիցիան $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ $(k = f'(x_0))$

$$y_0 = f(x_0) = 2 \cdot (1+(-1)^2)^{-1} = 2 \cdot 2^{-1} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1, \quad y_0 = 1$$

$$y' = f'(x) = \left(\frac{2}{1+x^2} \right)' = 2 \cdot \left(\frac{1}{1+x^2} \right)' = 2 \cdot \left(-\frac{1}{(1+x^2)^2} \cdot 2x \right) = -\frac{4x}{(1+x^2)^2}$$

$$f'(x_0) = f'(-1) = -\frac{4 \cdot (-1)}{(1+(-1)^2)^2} = \frac{4}{(1+1)^2} = \frac{4}{4} = 1, \quad f'(-1) = 1$$

Հոշմանը. $y - 1 = 1 \cdot (x - (-1))$ կամ $\boxed{y = x + 2}$ ($y = kx + b$)

ԴՔ 50 $y = \tan 2x, \quad y = 2x \quad (k=2)$

Հանձնվում է $y' = \frac{1}{\cos^2 2x} \cdot (2x)' = \frac{2}{\cos^2 2x}$

Հայտնաբերվում է $y'(x) = 2 \quad (k = \tan 2x = y'(x)) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2}{\cos^2 2x} = 2 \Rightarrow \cos^2 2x = 1 \Rightarrow \cos 2x = \pm 1$$

ա) $\cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = \pi + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

բ) $\cos 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2\pi k \Rightarrow x = \pi k$

Պայ. $x = \pi k, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

ԴՔ 57 $y = \sin 2x, \quad \varphi = 60^\circ$

Հանձնվում է հայտնաբերվում է $y'(x_0) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$$y' = \cos 2x \cdot (2x)' = 2 \cos 2x \Rightarrow 2 \cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{4}$$

$$2x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x_0 = \pm \frac{\pi}{8} + \pi k$$

Պայ. $x_0 = \pm \frac{\pi}{8} + \pi k$

ԴՔ 52

$$f(x) = 3x^2 - 5x$$

$$A(3; 9) \text{ կետի վրա}$$

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Հանձնվում է

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$A = (3; 9) \Rightarrow y - y_0 = f'(x_0)(3 - x_0)$$

$$y_0 = f(x_0) = 3x_0^2 - 5x_0$$

$$f(x) = 6x - 5 \Rightarrow f'(x_0) = 6x_0 - 5$$

$$9 - 3x_0^2 + 5x_0 = (6x_0 - 5)(3 - x_0)$$

$$3x_0^2 - 18x_0 + 27 = 0$$

$$x_0^2 - 6x_0 + 9 = 0$$

ա) $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3x_0^2 - 5x_0 = 2 \quad B(2; 2), \quad f'(2) = 7$

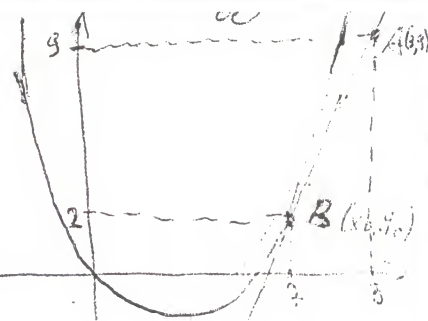
բ) $x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = 3x_0^2 - 5x_0 = 28 \quad B(4; 28), \quad f'(4) = 19$

Արդյունքում, որ A կետի վրա $f(x) = 3x^2 - 5x$ ֆունկցիայի գրա-
ֆիկի կետի 8 գծեր կապվում են.

Ի) $y - 2 = 7(x - 2)$ կամ $y = 7x - 12$

ԻԻ) $y - 28 = 19(x - 4)$ կամ $y = 19x - 48$

Պայ. $y = 7x - 12$
 $y = 19x - 48$



6/

ԵռանկյանագիտությունՍահմանում

$$\sin \alpha^\circ = \frac{y}{r} = y$$

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$\cos \alpha^\circ = \frac{x}{r} = x$$

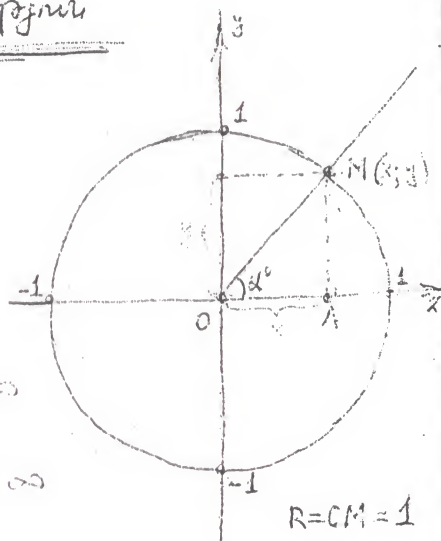
$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha^\circ = \frac{y}{x} = \frac{\sin \alpha^\circ}{\cos \alpha^\circ}$$

$$-\infty < \operatorname{tg} \alpha^\circ < +\infty$$

$$\operatorname{ctg} \alpha^\circ = \frac{x}{y} = \frac{\cos \alpha^\circ}{\sin \alpha^\circ}$$

$$-\infty < \operatorname{ctg} \alpha^\circ < +\infty$$



ճիշդագրություն

$$R=OM=1$$

Հիմնական

$$1) \operatorname{tg} \alpha^\circ = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha^\circ}, \operatorname{ctg} \alpha^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha^\circ} \quad \textcircled{1} \quad \boxed{\operatorname{tg} \alpha^\circ \cdot \operatorname{ctg} \alpha^\circ = 1}$$

$$2) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = y^2 + x^2 = OM^2 = R^2 = 1^2 = 1$$

$$\textcircled{2} \quad \boxed{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \end{cases}$$

Գիտություն Քանի α° անկյունը ցանկանում է $\pm 360^\circ$, նույն M կետը ընկնում է լիակատար շրջանի վրա և քանի որ \sin և \cos ֆունկցիաները պարբերական են, ապա $\sin(\alpha^\circ \pm 360^\circ) = \sin \alpha^\circ$ և $\cos(\alpha^\circ \pm 360^\circ) = \cos \alpha^\circ$

$$\operatorname{tg}(\alpha^\circ \pm 360^\circ) = \operatorname{tg} \alpha^\circ$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha^\circ \pm 360^\circ) = \operatorname{ctg} \alpha^\circ$$

Քանի որ \sin և \cos ֆունկցիաները պարբերական են, ապա $\sin(\alpha^\circ \pm 360^\circ \cdot n) = \sin \alpha^\circ$ և $\cos(\alpha^\circ \pm 360^\circ \cdot n) = \cos \alpha^\circ$, որտեղ $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

$$\sin(\alpha^\circ \pm 360^\circ \cdot n) = \sin \alpha^\circ$$

$$\cos(\alpha^\circ \pm 360^\circ \cdot n) = \cos \alpha^\circ$$

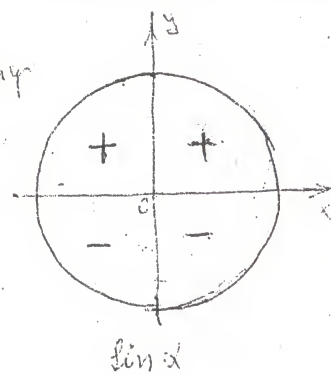
$$\operatorname{tg}(\alpha^\circ \pm 360^\circ \cdot n) = \operatorname{tg} \alpha^\circ$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha^\circ \pm 360^\circ \cdot n) = \operatorname{ctg} \alpha^\circ$$

Տեղափոխություն
 $\sin \alpha^\circ, \cos \alpha^\circ, \operatorname{tg} \alpha^\circ$ և $\operatorname{ctg} \alpha^\circ$

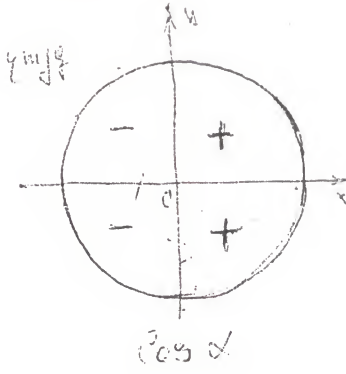
OK

իկոն



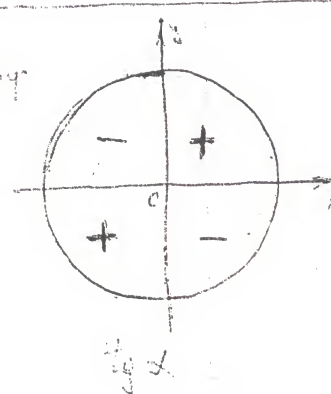
sin α

cos α



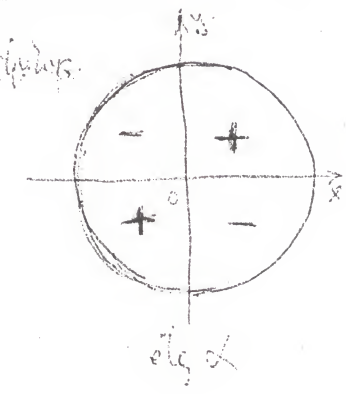
cos α

իկոն



tg α

ctg α



ctg α

Գիտություն

Սահմանում շրջանագծի շառավիղի երկարությունը անկյան α° հաստատուն կենտրոնական անկյանը չափում է 1 մասի մասով:

$$|AB| = R \quad (R = OA = OB)$$



Գիտություն

$$\boxed{1 \text{ մասի մաս} = \frac{180^\circ}{\pi}}$$

$$\boxed{1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ մասի մաս}}$$

Հիմնական

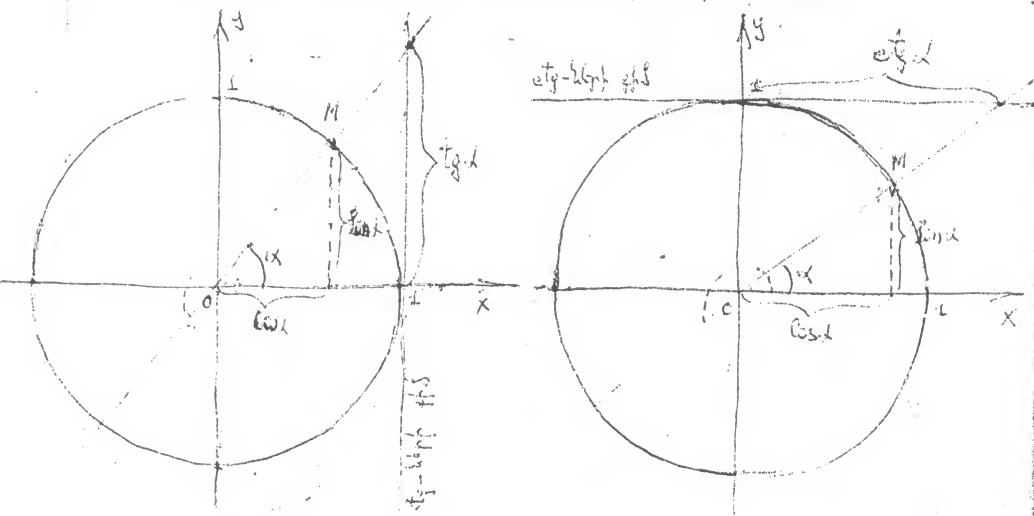
$$30^\circ = \frac{\pi}{6}, \quad 45^\circ = \frac{\pi}{4}, \quad 60^\circ = \frac{\pi}{3}, \quad 90^\circ = \frac{\pi}{2}, \quad 180^\circ = \pi$$

$$135^\circ = \frac{3\pi}{4}, \quad 150^\circ = \frac{5\pi}{6}, \quad 120^\circ = \frac{2\pi}{3}, \quad 210^\circ = \frac{7\pi}{6}, \quad 225^\circ = \frac{5\pi}{4}$$

$$240^\circ = \frac{4\pi}{3}, \quad 270^\circ = \frac{3\pi}{2}, \quad 300^\circ = \frac{5\pi}{3}, \quad 315^\circ = \frac{7\pi}{4}, \quad 360^\circ = 2\pi$$

ԱՅՈՒՆԱԿԱՆ

amplitude α°	0°	15°	45°	60°	75°	90°	105°	135°	150°	180°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	-1
tg	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$	-1	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	0
ctg	$+\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-\infty$	$-\infty$
amplitude $-\alpha^\circ$	0°	-15°	-45°	-60°	-75°	-90°	-105°	-135°	-150°	-180°
sin	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	-1
tg	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-\infty$	1	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	0
ctg	$+\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-\infty$	$-\infty$



Եթե $y = f(x)$ ֆունկցիան կրկնվում է պարբերական, եթե $\exists T$ թիվ
 այնպիսին, որ $f(x+T) = f(x)$: T -ն պարբերությունն է:
 Այդ դեպքում $n \cdot T$ -ն կա կրկնվող պարբերություն (n=1, 2, ...):

1) $y = \sin x$ և $y = \cos x$ ֆունկցիաների համար $T = 360^\circ$ կամ $T = 2\pi$:

2) $y = \tan x$ և $y = \cot x$ ֆունկցիաների համար $T = 180^\circ$ կամ $T = \pi$:

Պարզեցնելով $\sin(x \pm 360^\circ) = \sin x$, $\cos(x \pm 360^\circ) = \cos x$, $\tan(x \pm \pi) = \tan x$,
 $\cot(x \pm 180^\circ) = \cot x$

ԲԵՐՈՒՆԻ ՔԱՆԱԿՆԵՐ

x	$180^\circ - x$ $\pi - x$	$180^\circ + x$ $\pi + x$	$360^\circ - x$ $2\pi - x$	$360^\circ + x$ $2\pi + x$
sin x	-sin x	sin x	sin x	sin x
cos x	-cos x	-cos x	cos x	cos x
tg x	-tg x	tg x	-tg x	tg x
ctg x	-ctg x	ctg x	-ctg x	ctg x

x	$90^\circ - x$ $\frac{\pi}{2} - x$	$90^\circ + x$ $\frac{\pi}{2} + x$	$270^\circ - x$ $\frac{3\pi}{2} - x$	$270^\circ + x$ $\frac{3\pi}{2} + x$
sin x	cos x	cos x	-sin x	-sin x
cos x	-sin x	sin x	sin x	sin x
tg x	ctg x	ctg x	-tg x	-tg x
ctg x	-tg x	tg x	tg x	tg x

ԲԱՅՈՒՆԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒՄ

- $\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x}$, $+ \text{ երբ } x \in I, IV$ կամ $- \text{ երբ } x \in II, III$ կամ.
- $\cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x}$, $+ \text{ երբ } x \in I, II$ կամ $- \text{ երբ } x \in III, IV$ կամ.
- $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$
- $\begin{cases} \sin(x+\beta) = \sin x \cdot \cos \beta + \cos x \cdot \sin \beta \\ \sin(x-\beta) = \sin x \cdot \cos \beta - \cos x \cdot \sin \beta \end{cases}$
- $\begin{cases} \cos(x+\beta) = \cos x \cdot \cos \beta - \sin x \cdot \sin \beta \\ \cos(x-\beta) = \cos x \cdot \cos \beta + \sin x \cdot \sin \beta \end{cases}$
- $\tan(x+\beta) = \frac{\tan x + \tan \beta}{1 - \tan x \cdot \tan \beta}$
- $\tan(x-\beta) = \frac{\tan x - \tan \beta}{1 + \tan x \cdot \tan \beta}$

14 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ $\lim \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$

15 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ $\lim \cos \frac{\alpha}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

16 $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ $\lim \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$

17 $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ $\lim 2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$

18 $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ $\lim 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$ $2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 + \cos \alpha$

19 $\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$ (20) $\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$

21 $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

22 $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$

23 $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

24 $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$

25 $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right)$

26 $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$

27 $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)]$

28 $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)]$

29 $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)]$

arcsin x, arccos x, arctg x, arctg x

1) Unibudim arcsin x - c ym p x unibudim d $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
 fym p x ym p x unibudim d x-p' unibudim

$\sin \alpha = x$

off arcsin $\frac{1}{2} = 30^\circ$, unibudim $30^\circ \in [-90^\circ; 90^\circ]$
 arcsin $(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -60^\circ$, unibudim $-60^\circ \in [-90^\circ; 90^\circ]$
 arcsin $(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -\frac{\pi}{4}$, unibudim $-\frac{\pi}{4} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
 arcsin 1 = $\frac{\pi}{2}$

2) Unibudim arccos x - c ym p x unibudim d $[0; \pi]$
 fym p x ym p x unibudim d x-p' unibudim

$\cos \alpha = x$

off arccos $(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = 135^\circ$, unibudim $135^\circ \in [0; 180^\circ]$
 arccos 0 = $\frac{\pi}{2}$, arccos 1 = 0, arccos $\frac{\sqrt{3}}{2} = 30^\circ$

3) Unibudim arctg x - c ym p x unibudim d $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
 fym p x ym p x unibudim d x-p' unibudim

$\operatorname{tg} \alpha = x$

(arctg(-x) = -arctg x)

off arctg(-1) = $-\frac{\pi}{4}$, arctg $\sqrt{3} = 60^\circ$
 arctg 0 = 0, arctg($+\infty$) = 90° , arctg($-\infty$) = -90°

4) Unibudim arctg x - c ym p x unibudim d $[0; \pi]$
 fym p x ym p x unibudim d x-p' unibudim

$\operatorname{ctg} \alpha = x$

off arctg 1 = $\frac{\pi}{4}$, arctg $(-\frac{1}{\sqrt{3}}) = 120^\circ$
 arctg 0 = $\frac{\pi}{2}$, arctg($+\infty$) = 0° , arctg($-\infty$) = π

$$3^\circ \quad 3 \sin X \cdot \cos X - 3 \cos^2 X = \cos 2X$$

6.5

I եղանակ

$$3 \sin X \cdot \cos X - 3 \cos^2 X = 2 \cos^2 X - 1$$

$$3 \sin X \cdot \cos X - 5 \cos^2 X = -1 \quad (\text{համար})$$

$\cos X \neq 0$, համարաբար քայքայում $\cos X$ -ի վրա:

\Rightarrow կարող ենք բաժանել $\cos^2 X$ -ի վրա:

$$3 \tan X - 5 = -\frac{1}{\cos^2 X}$$

$$3 \tan X - 5 = -(1 + \tan^2 X)$$

$$\tan^2 X + 3 \tan X - 4 = 0$$

$$\text{էջ } 2 \text{ էջ } X \text{ էջ. } \tan X = y$$

$$y^2 + 3y - 4 = 0$$

$$u) \quad y_1 = 1 \Rightarrow \tan X = 1 \Rightarrow X = \frac{\pi}{4} + \pi K$$

$$p) \quad y_2 = -4 \Rightarrow \tan X = -4 \Rightarrow X = \arctan(-4) + \pi K$$

$$\text{Այսպիսով, } X = \frac{\pi}{4} + \pi K$$

$$X = \arctan(-4) + \pi K$$

II եղանակ

$$\frac{3}{2} \sin 2X - \frac{3(1 + \cos 2X)}{2} = \cos 2X$$

$$3 \sin 2X - 3 - 3 \cos 2X = 2 \cos 2X$$

$$3 \sin 2X - 5 \cos 2X = 3$$

$$\frac{3}{\sqrt{3^2 + 5^2}} \sin 2X - \frac{5}{\sqrt{3^2 + 5^2}} \cos 2X = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{34}} \sin 2X - \frac{5}{\sqrt{34}} \cos 2X = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin 2X - \cos \alpha \cdot \cos 2X = -\frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$-\cos(2X + \alpha) = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\cos(2X + \alpha) = -\frac{3}{\sqrt{34}}, \quad \alpha = \arccos \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$2X + \alpha = \pm \arccos\left(-\frac{3}{\sqrt{34}}\right) + 2\pi K$$

$$X = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{3}{\sqrt{34}}\right) + \pi K$$

$$\text{Այսպիսով, } X = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{3}{\sqrt{34}}\right) + \pi K$$

$$\text{Այսպիսով, } X = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{3}{\sqrt{34}}\right) + \pi K$$

II եղանակ

$$\sqrt{3} \cos X + \sin X = 2 \cos 3X \quad / \quad 2 - \text{ի վրա բաժանել}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos X + \frac{1}{2} \sin X = \cos 3X$$

$$\cos \frac{\pi}{6} \cos X + \sin \frac{\pi}{6} \sin X = \cos 3X$$

$$\cos\left(X - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 3X$$

$$\cos\left(X - \frac{\pi}{6}\right) - \cos 3X = 0$$

$$2 \sin\left(2X - \frac{\pi}{12}\right) \cdot \sin\left(X + \frac{\pi}{12}\right) = 0$$

$$u) \quad \sin\left(2X - \frac{\pi}{12}\right) = 0$$

$$2X - \frac{\pi}{12} = \pi K$$

$$X = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi K}{2} = \frac{\pi}{24} (12K + 1)$$

$$p) \quad \sin\left(2X + \frac{\pi}{12}\right) = 0$$

$$2X + \frac{\pi}{12} = \pi K$$

$$X = \pi K - \frac{\pi}{12}$$

II

Օճանկալ անկյունի Տրիգոնոմետր

LC

$$a \sin X + b \cos X = c \quad a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

Համարժեք եղանակ լուծելու բանաձևով $\sqrt{a^2 + b^2}$ -ու վրա:

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin X + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos X = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

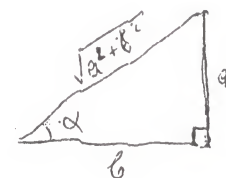
$$\sin \alpha \cdot \sin X + \cos \alpha \cdot \cos X = C_1$$

$$\cos(X - \alpha) = C_1$$

$$X - \alpha = \pm \arccos C_1 + 2\pi K$$

$$X = \alpha \pm \arccos C_1 + 2\pi K$$

$$\text{Այսպիսով, } X = \arccos \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \pm \arccos C_1 + 2\pi K$$



$$\alpha = \arcsin \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\text{կամ } \alpha = \arccos \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

III

Մեթոդը եղանակով

$$a \sin X + b \cos X = c \quad a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$\text{էջ. } \tan \frac{X}{2} = y \quad (\cos \frac{X}{2} \neq 0: \cos \frac{X}{2} = 0 \text{ դեպքում հեշտապես անհնար է)}$$

$$\sin X = \frac{2y}{1 + y^2}, \quad \cos X = \frac{1 - y^2}{1 + y^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2ay}{1 + y^2} = \frac{b(1 - y^2)}{1 + y^2} = c \Rightarrow 2ay - b + by^2 = c + cy^2 \quad \text{էջ.}$$

$$(b + c)y^2 + 2ay - (b + c) = 0 \quad \text{քանակաբանական համարժեքներ:}$$

էջ. 4

$$3 \sin 2X - 5 \cos 2X = 3 \quad \text{էջ. 4-ի վրա բաժանելով } \cos X \neq 0$$

$$\text{էջ. } \tan X = y \Rightarrow \sin 2X = \frac{2y}{1 + y^2}, \quad \cos 2X = \frac{1 - y^2}{1 + y^2}$$

$$\frac{6y}{1 + y^2} - \frac{5(1 - y^2)}{1 + y^2} = 3$$

$$y^2 + 3y - 4 = 0$$

$$y_2 = 1$$

$$p) \quad \tan X = 1 \quad X = \arctan 1 + \pi K = \frac{\pi}{4} + \pi K$$

$$\text{Այսպիսով, } X = \frac{\pi}{4} + \pi K$$

$$X = \arctan(-4) + \pi K$$

7/

Դասարանական աշխատանք

1)) Գտնել բոլոր լուծումները

$$\cos^2 \frac{x}{2} + \cos^2 x + \cos^2 \frac{3x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1 + \cos x}{2} + \frac{1 + \cos 2x}{2} + \frac{1 + \cos 3x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x = 0$$

$$\cos 2x (2 \cos x + 1) = 0$$

ա) $\cos 2x = 0$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} (2k+1)$$

բ) $2 \cos x + 1 = 0$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos(-\frac{1}{2}) + 2\pi k = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$

Ֆունկցիաների շեղանկություն

✓

I. ՈՐՈՇՄԱՆ ՏԻՐԱՆՑԻ (Գտնել լուծումները $D(y)$ -ում)

ա) $y = f(x)$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը, որի x արգումենտները (կամ փոփոխականները) բացառաբերվում են արժեքների բազմությունից:

բ) y -ի արգումենտների բազմությունը, որի վրա $y = f(x)$ ֆունկցիայի արժեքների բազմությունը, կամ փոփոխականի տիրույթը: Գտնել լուծումները $E(y)$ -ում:

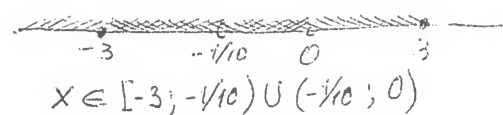
Գտնել

Գտնել $y = \frac{\sqrt{3-|x|}}{1+\lg(-x)}$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը:

Լուծում

$$D(y): \begin{cases} -x > 0 \\ 3-|x| \geq 0 \\ 1+\lg(-x) \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x < 0 \\ |x| \leq 3 \\ \lg(-x) \neq -1 \end{cases} \begin{cases} x < 0 \\ -3 \leq x \leq 3 \\ x \neq -1/10 \end{cases}$$

Գտնել



II. ԳՆԱՀԱՆՈՒՄՆԵՆ, ԿԵՆՏՈՒՄՆԵՆ

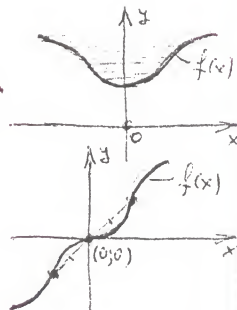
ա) $y = f(x)$ ֆունկցիան կոչվում է կոչ, եթե $\boxed{f(-x) = f(x)}$

բ) $y = f(x)$ ֆունկցիան կոչվում է կենտ, եթե $\boxed{f(-x) = -f(x)}$

Գրառություն

ա) Գտնել ֆունկցիայի գրառությունը, որի գրառությունը Oy առանցքի նկարագրվում է:

բ) Գտնել ֆունկցիայի գրառությունը, որի գրառությունը Oy առանցքի նկարագրվում է:



Գտնել

$$y = 1+x-|1-x|$$

$$f(-x) = 1-x-|1+x| = -(1+x-|1-x|) = -f(x) \Rightarrow \text{կենտ է}$$

Գտնել

$$y = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} - \sin^3 x$$

$$f(-x) = -\left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} - \sin^3 x\right) = -f(x) \Rightarrow \text{կենտ է}$$

$$y = \frac{1-x^2}{1+|x|} + |\lg x|$$

$$f(-x) = \frac{1-x^2}{1+|x|} + |\lg x| = f(x) \Rightarrow \text{կոչ է}$$

$$y = (x+i) \ln(1+|x|)$$

$$f(-x) = (-x-i) \ln(1+|x|) = -f(x) \Rightarrow \text{կենտ է}$$

II. ՓՈԼԱՅԻԱՏԻ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

73

$y = f(x)$ ֆունկցիայի կազմի պարբերական, եթե գոյություն ունի $T \neq 0$ (սի), այնպես, որ $\forall x \in D(f) \quad x \pm T \in D(f)$ $f(x+T) = f(x)$, $\forall x, x \pm T \in D(f)$.

Իսկ T -ն կազմի ֆունկցիայի պարբերություն:

Գրեցույթ Այսինքն, որ եթե T -ն պարբերություն է, ապա $\pm 2T, \pm 3T, \pm 4T, \dots$, կամ nT ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$) ավելի կամ քիչ պարբերություն:

Օրինակ Գրեցույթ $y = \sin \frac{2}{3}x$ ֆունկցիայի ամենամեծ պարբերությունը:

Լուծում Եթե T -ն պարբերություն է \Rightarrow ըստ սահմանման.

$f(x+T) = \sin \frac{2}{3}(x+T) = \sin \frac{2}{3}x = f(x)$ Ոչինչ համապատասխան պետք է պահել ունենա $\forall x$ -ի դեպքում: Վերջինից $x=0$, կապակցվում է

$$\sin \frac{2}{3}(0+T) = \sin 0 = 0$$

$$\sin \frac{2}{3}T = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}T = \pi k \Rightarrow T = \frac{3\pi k}{2}, k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Երբ $k=0 \Rightarrow T=0$ ~~պարբերություն չէ~~

Երբ $k=1 \Rightarrow T = \frac{3\pi}{2}$, բայց $\sin \left(\frac{2}{3} \left(x + \frac{3\pi}{2} \right) \right) = \sin \left(\frac{2}{3}x + \pi \right) = -\sin \frac{2}{3}x \neq \sin \frac{2}{3}x$
 $\Rightarrow \frac{3\pi}{2} - 0$ պարբերություն չէ:

Երբ $k=2 \Rightarrow T = 3\pi$: $\sin \left(\frac{2}{3}(x+3\pi) \right) = \sin \left(\frac{2}{3}x + 2\pi \right) = \sin \frac{2}{3}x \Rightarrow 3\pi - 0$ պարբերություն է, ընդ որում ամենամեծը:

$$\text{Այսինքն, } T = 3\pi$$

IV

ԿՐԻՏԻԿԱԿԱՆ ԿԵՏԵՐ

87

$y = f(x)$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթի աջ կեզեր, որտեղ $f'(x) = 0$, կամ գոյություն ունի կազմում է կրիտիկական կետ: Բնագործն եթե $f'(x_0) = 0$, ապա x_0 -ն կրիտիկական կետ է:

Գրեցույթ Բնագործն $y = f(x)$ ֆունկցիայի կրիտիկական կետերը ջրեղն համար բավական է (սովորաբար) $f'(x) = 0$ համադրանքով:

Օրինակ

Գրեցույթ $f(x) = 1 + x^2 + \frac{1}{1+x^2}$ ֆունկցիայի կրիտիկական կետերը:

Լուծում Որոշման տիրույթ՝ $D(y) : \{x \in (-\infty; \infty)\}$

$$f'(x) = 2x - \frac{2x}{(1+x^2)^2} = \frac{2x(1+x^2)^2 - 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{2x(x^4 + 2x^2 + 1) - 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{2x(x^4 + 2x^2)}{(1+x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3(x^2+2)}{(1+x^2)^2}$$

Լուծելով $f'(x) = 0$ համադրանքով. $\frac{2x^3(x^2+2)}{(1+x^2)^2} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x^3(x^2+2) = 0: x^2+2 \neq 0 \quad \forall x \Rightarrow x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x = 0 \in D(y)$$

Այսինքն $[0]$ -ն կրիտ. կետ է:

V

ՄՈՆՈՏՈՆՈՒԹՅԱՆ ՄԻՋԱԿԱՅՔԵՐ

Հարևան կրիտիկական կետերի արևմտյան $y = f(x)$ ֆունկցիայի կամ միջև մոնոտոն ածող է, կամ միայն մոնոտոն ելնալող: Զեղորոշ որոշում.

ա) երբ $f'(x) > 0$ ՝ մոնոտոն ածող է,

բ) երբ $f'(x) < 0$ ՝ մոնոտոն ելնալող:

Օրինակ

Գրեցույթ $y = \sin x - \sqrt{3} \cdot x$ ֆունկցիայի մոնոտոնության միջնադրանքով:

Լուծում Որոշման տիրույթ՝ $D(y) : \{x \in (-\infty; \infty)\}$

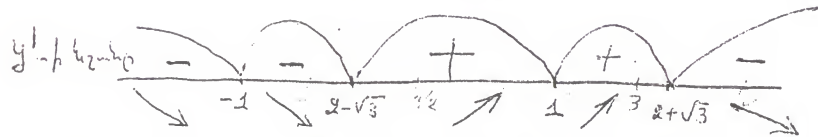
$y' = \cos x - \sqrt{3} < 0$ երբ $x \in D(y)$, որովհետև $-1 \leq \cos x \leq 1$, հսկ $\sqrt{3} > 1$: \Rightarrow ամբողջ բաղադրյալ առանցքի վրա $f(x) - 0$ ելնալող ֆունկցիա է.

Գրե՛լ $y = \frac{x-2}{x^2-1}$ ֆունկցիայի մահորանաթյան շրջանակները:

Լուծման ռազման րիրայթ՝ $D(y) = \{x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; \infty)\}$

$$y' = \frac{x^2-1-2x(x-2)}{(x^2-1)^2} = \frac{-x^2+4x-1}{(x^2-1)^2}$$

$$\begin{cases} y' = 0 \Rightarrow x^2-4x+1=0 \Rightarrow x_1=2-\sqrt{3}, x_2=2+\sqrt{3} \quad (x_{1,2} \in D(y)) \\ y' = 0 \text{ ֆոյմթյան չանի, երբ } x = \pm 1 \notin D(y) \end{cases}$$



Երբ $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 2-\sqrt{3}) \cup (2+\sqrt{3}; \infty)$ նվազող է,
 երբ $x \in (2-\sqrt{3}; 1) \cup (1; 2+\sqrt{3})$ աճող է:

Գրե՛լ շնայցույթ, որ $y = \frac{x^4-6x^2+6x-3}{x}$ ֆունկցիան $(0; \infty)$ մի-
 ֆունկցիան մահորան աճող է:

Լուծման ռազման րիրայթ՝ $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$:

$$f'(x) = \frac{(4x^3-12x+6)x - x^4+6x^2-6x+3}{x^2} = \frac{3x^4-6x^2+3}{x^2} = \frac{3(x^2-1)^2}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{3(x^2-1)^2}{x^2} > 0 \text{ Վեր երբ } x \in (0; \infty) \Rightarrow \Rightarrow f(x) = 0 \text{ } (0; \infty) \text{ - ում մահորան աճող է:}$$

VI - Ֆունկցիաների էքստրեմումներ (մաքսիմում կամ մինիմում)

Դրե՛ x_0 կրիտիկական կետը առնչելիս y' -ը փոխում է իր նշանը,
 ապա x_0 -ն էֆարթմանի կետ է, ընդ որում:

ա) երբ փոխում է $+$ -ից $-$ ՝ մաք-ի կետ է ($y(x_0) = y_{max}$)

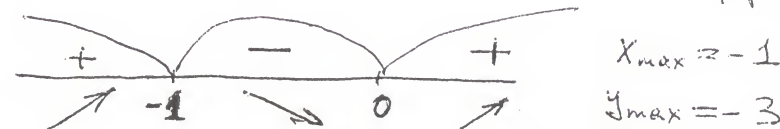
բ) երբ փոխում է $-$ -ից $+$ ՝ մեւ-ի կետ է ($y(x_0) = y_{min}$):

Գրե՛լ $y = \frac{2x^3-1}{x^2}$ ֆունկցիայի էֆարթմանները:

Լուծման ռազման րիրայթ՝ $D(y) = \{x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)\}$

$$y' = \frac{6x^4-2x(2x^3-1)}{x^4} = \frac{2x^4+2x}{x^4} = \frac{2x(x^3+1)}{x^4} = \frac{2(x+1)(x^2-x+1)}{x^3}$$

$$\begin{cases} y' = 0 \Rightarrow 2(x+1)(x^2-x+1) = 0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x_1=-1 \\ y' = 0 \text{ ֆոյմթյան չանի } (\nexists) \text{ երբ } x_2=0 \notin D(y) \Rightarrow \text{էֆարթմանի կետ չի:} \end{cases}$$



Պայթ՝ $x = -1$ - ու մաք-ի կետ է:

VII - Ֆունկցիաների ռեժիմները (մաքսիմում, մեւ, մինիմում)

$[a, b]$ իսկ միջակայքում y_{max} , y_{min} գրե՛լ ու հանրաժան (մաք, մեւ, մին) կետերի ցանկ $y = f(x)$ ֆունկցիայի y_{max} -երը, y_{min} -երը, $f(a)$ -ն, $f(b)$ -ն, ապա րաւիցյայ մեծամեծը կիւնի ֆունկցիայի ռեժիմների արժեքը (y_{max}), իսկ մեծ-մաք-ի փոքրագույն արժեքը (y_{min}):

Գրե՛լ $[1; 10]$ միջակայքում գրե՛լ y_{max} -ը և y_{min} -ը: $y = \frac{x^3}{e^x}$

Լուծման ռազման րիրայթ՝ $D(y) = \{x \in \mathbb{R}\}$

$$y' = \frac{3x^2e^x - x^3e^x}{e^{2x}} = \frac{x^2e^x(3-x)}{e^{2x}} = \frac{x^2(3-x)}{e^x}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x^2(3-x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \notin [1; 10], x_2 = 3 \in [1; 10]$$

$$f(3) = \frac{3^3}{e^3} = \frac{27}{e^3} > 1$$

$$f(1) = \frac{1}{e}$$

$$f(10) = \frac{1000}{e^{10}}$$

$$\Rightarrow y_{max} = \frac{27}{e^3}, y_{min} = \frac{1000}{e^{10}}$$

Բնական թվերի վրա $f(x) = (x^2 - 5x + 6)^{-1}$ ֆունկցիայի

հետազոտել և ֆունկցիայի արժեքները $|2x+10| \leq 12$ բազմության վրա

Լուծում՝ ռազմառն Կիրառելով $D(f) : \{x \in (-\infty; 5) \cup (5; \infty)\}$

$$f'(x) = \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x-5} \right)' = \frac{(2x-5)(x-5) - x^2 + 5x - 6}{(x-5)^2} = \frac{x^2 - 10x - 3}{(x-5)^2}$$

$$f' = 0 \Rightarrow x^2 - 10x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = 5 \pm 8 \quad x_1 = -3, \quad x_2 = 13$$

$$|2x+10| \leq 12$$

$$-12 \leq 2x+10 \leq 12 \quad | :2 \quad -11 \leq x \leq 1 \Rightarrow x \in [-11; 1]$$

$$x_1 = -3 \in [-11; 1] \quad \text{և} \quad x_2 = 13 \notin [-11; 1]$$

$$\left. \begin{aligned} f(-3) &= \frac{(-3)^2 - 5(-3) + 6}{-3-5} = \frac{8}{-8} = -1 \\ f(-11) &= \frac{(-11)^2 - 5(-11) + 6}{-11-5} = \frac{240}{-16} = -15 \\ f(1) &= \frac{1-5+6}{-4} = \frac{2}{-4} = -0.5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_{\min} = -15$$

$$y_{\max} = -1$$

ՔԱՆԱԲԱՆԱԿԱՆ ՊՈՊԳՐԵՍԻԱ

ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ

Քանական պրոգրեսիի ֆունկցիան ($f(n)$) կոչվում է բնական խորհրդանշանաբան և նշանակվում է

$$\{a_n\} = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

օրինակ

$$\left\{\frac{1}{n}\right\} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$

օրինակ

$$\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\} = -1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{4}, \dots, \frac{(-1)^n}{n}, \dots$$

ՍԱՄԱՆՈՒՄ

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ բնական խորհրդանշանաբանը կոչվի քանական պրոգրեսիա, եթե նրա յուրաքանչյուր անդամ ստացվում է իր նախորդից՝ անփոփոխ փոխանքով: Այս բնիկ կոչվում է բնական պրոգրեսիի քանական d -ով:

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = a_n - a_{n-1} = d$$

1) a_n -ը կոչվում է բնական պրոգրեսիի նիստ, որի բանաձևն է՝

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

2) Բնական պրոգրեսիի սույնի n անդամների գումարը (S_n) նշանակվում է՝

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad \text{կամ} \quad S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Հարկանքներ

ա) $a_n - a_m = (n-m)d, \quad n > m$

բ) $a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$ ժողովրդական

Պիտագորասի շարք $d > 0$ պրոգրեսիան կոչվում է սույն երբ $d < 0$ — կոչվում է հակասույն

Օրինակ
1319 թվական

a_1, a_2, a_3, \dots բնական պրոգրեսի
 $m+n = k+p$

$$\left. \begin{aligned} a_m &= a_1 + (m-1)d \\ a_n &= a_1 + (n-1)d \\ a_k &= a_1 + (k-1)d \\ a_p &= a_1 + (p-1)d \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_m + a_n = 2a_1 + (m+n-2)d$$

Այս. որ $a_m + a_n = a_k + a_p$

Իսկ որ $m+n = k+p \Rightarrow a_m + a_n = a_k + a_p$

Օրինակ
1317 թվական

a_1, a_2, \dots հարգ. և
 $S_n = 5n^2 - 6n$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= a_1 \Rightarrow a_1 = 5 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = -1 \\ a_2 &= S_2 - S_1 = (5 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2) - (-1) = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Այս. որ հարգ. - ը բնական պրոգրեսի:

$$\Rightarrow a_2 - a_1 = 10$$

$$a_n - a_{n-1} = (S_n - S_{n-1}) - (S_{n-1} - S_{n-2}) =$$

$$= 5n^2 - 6n - 5(n-1)^2 + 6(n-1) - 5(n-1)^2 + 6(n-1) + 5(n-2)^2 - 6(n-2) =$$

$$= 5n^2 - 8n - 10n^2 + 20n - 10 + 12n - 12 + 5n^2 - 20n + 20 - 8n + 12 = 10$$

Արդյունքն որ $a_2 - a_1 = 10$
 $a_n - a_{n-1} = 10, \forall n \Rightarrow a_1, a_2, \dots$ հարգ. - ը բնական պրոգրեսի:

Օրինակ
1344 թվական

$$a_3 + a_{11} = 13$$

$$\left. \begin{aligned} a_3 + a_{11} &= a_1 + 2d + a_1 + 10d = 2a_1 + 12d = 2(a_1 + 6d) = 13 \\ a_4 + a_{10} &= a_1 + 3d + a_1 + 9d = 2a_1 + 12d = 2(a_1 + 6d) = 13 \end{aligned} \right\}$$

$$a_4 + a_{10} = ?$$

Իսկ ինչ $a_1 + 6d = 13$

Օրինակ
1324 թվական

$$\left. \begin{aligned} a_7 &= 2x \\ a_{17} &= 3x + 1 \\ a_{23} &= 4x - 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{17} - a_7 &= 10d \\ a_{23} - a_{17} &= 6d \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 3x + 1 - 2x &= 10d \\ 4x - 1 - 3x - 1 &= 6d \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} x - 10d &= -1 \\ x - 6d &= 2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} d &= \frac{3}{4} \\ x &= \frac{13}{2} \end{aligned}$$

Այս. $\boxed{\frac{13}{2}}$

1314 թվական

Յոթնե 700-ի փոքր այն քանակը, որի գումարը, որով 7-ի բաժանելիս նույնն է 3 թվանշանով

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 10, a_2 = 17, a_3 = 24, \dots \text{բնական պրոգրեսի} \\ a_n &= 696, d = 7 \Rightarrow \\ a_n &= a_1 + (n-1)d = 10 + (n-1) \cdot 7 = 696 \end{aligned} \right\}$$

$$S_n = ?$$

$$n = \frac{696 - 10}{7} + 1 = \frac{686}{7} + 1 = 99$$

$$S_{99} = \frac{a_1 + a_{99}}{2} \cdot 99 = \frac{10 + 696}{2} \cdot 99 = 353 \cdot 99$$

Երկրաչափական պրոգրեսիա

ՆՄԱՅԻՆ

$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ բաղադրված է երկրաչափական պրոգրեսիայից, եթե նրա յուրաքանչյուր անդամ պայման է նախորդից բաժանարարելով q -ով, որը կոչվում է երկրաչ. պրոգ.-ի հայտարարը կլ. է q -ով:

Այսինքն՝

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \dots = \frac{b_n}{b_{n-1}} = q \Rightarrow b_n = b_{n-1} \cdot q$$

Պարզաբան

Երբ $q > 1$ — աճող է

Երբ $0 < q < 1$ — նվազող է

$$\begin{cases} q \neq 0 \\ q \neq 1 \end{cases}$$

Հնչեաճաճ անդամի (b_n -ի) բանաճեղծ

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Չաաաղի n անդամների գաճաճը ($S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$)

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$$

կաճ

$$S_n = \frac{b_1 - b_n \cdot q}{1-q}$$

Երկրաչափական

$$b_k = \sqrt{b_{k-1} \cdot b_{k+1}}$$

Ջիճի երկրաչափական

ԱԿՒԼԵՐԸ ՆԿԱԶՈՂ ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱ

Երբ $q < 1$, աաա $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիան կոչվաճ է անհեղե նվազող երկր. պրոգրեսիա, որի գաճաճը (սիմա) հաղղվաճ է հեղեղաճ բաճաճեղծ՝

$$S = \frac{b_1}{1-q}$$



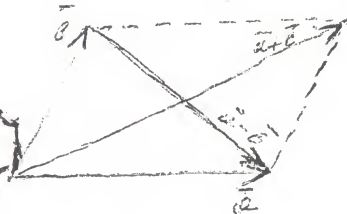
2° վեկորների ընթաց

83

$$\vec{a} = \{x_1, y_1, z_1\}$$

$$\vec{b} = \{x_2, y_2, z_2\}$$

$$\vec{a} \pm \vec{b} = \{x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2, z_1 \pm z_2\}$$



Վեկորների գումարի կոորդինատներ

Գումարում են $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ վեկորները, և ստացվում է նոր վեկոր $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ կոորդինատները կազմված են այդ վեկորների կոորդինատներից:

Նշենք $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ վեկորների երկարությունները $|\vec{a}| = a, |\vec{b}| = b, |\vec{c}| = c, |\vec{d}| = d$, այսինքն a, b, c, d վեկորների մոդուլները, կամ ներքևում գրված են a, b, c, d վեկորների մոդուլները:

Սահմանում \vec{e} վեկորը կոորդինատային յանցարկով, երբ նրա երկարությունը (կամ մոդուլը) հավասար է $|\vec{e}| = 1$:

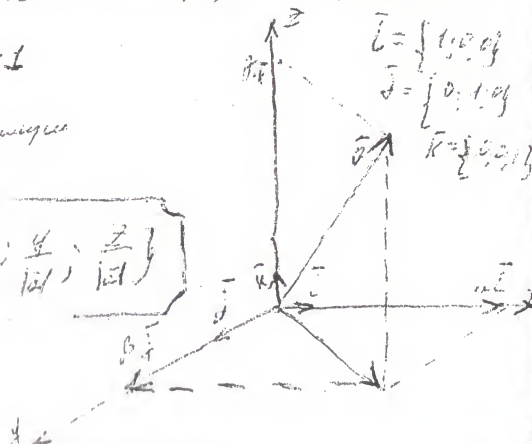
Սահմանում \vec{a} վեկորի ուղղորդված երկարությունը \vec{a} վեկորի կոորդինատներով:

\vec{a} վեկորի զրոյի կոորդինատները $\vec{a} = 0$:

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ և նրանց հակադրությունները $-\vec{i}, -\vec{j}, -\vec{k}$ կոորդինատային յանցարկով վեկորներն են, որոնց մոդուլները $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$:

Պրոյեկցիաները $\vec{a} = \{x, y, z\}$ այսինքն

$$\vec{a}_x = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a} = \left\{ \frac{x}{|\vec{a}|}, \frac{y}{|\vec{a}|}, \frac{z}{|\vec{a}|} \right\}$$



Պրոյեկցիաները \vec{a} վեկորի է $\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z$ և նրանց հակադրությունները $-\vec{a}_x, -\vec{a}_y, -\vec{a}_z$:

որ

$$\vec{a} = \alpha \cdot \vec{i} + \beta \cdot \vec{j} + \gamma \cdot \vec{k}, \text{ որպեսզի } \alpha, \beta, \gamma \text{ (այսինքն } x, y, z \text{)}$$

\vec{a} վեկորի կոորդինատները $\vec{a} = \{x, y, z\}$ և

$$\vec{a} = \{x, y, z\}, \begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \\ z = \gamma \end{cases}$$

Վեկորների ներքին և արտաքին արտաքին

Պրոյեկցիաները $\vec{a} = \{x, y, z\}$ և

$$\vec{b} = \{x_2, y_2, z_2\}$$

Սահմանում \vec{a} և \vec{b} վեկորների ներքին արտաքին արտաքին կոորդինատները:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$$

Պրոյեկցիաները \vec{a} վեկորի ներքին արտաքին արտաքին



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha, \text{ որպեսզի } \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \text{ և } \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha \cdot \vec{b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha \cdot |\vec{b}| = |\vec{b}| \cdot \cos \alpha \cdot |\vec{a}| = |\vec{b}| \cdot \cos \alpha \cdot |\vec{a}|$$

Կարևորագույնություն

$$1) \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$2) (\alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b}) \cdot (\gamma \cdot \vec{c} + \delta \cdot \vec{d}) = \alpha \gamma \vec{a} \cdot \vec{c} + \alpha \delta \vec{a} \cdot \vec{d} + \beta \gamma \vec{b} \cdot \vec{c} + \beta \delta \vec{b} \cdot \vec{d}$$

$$3) \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$4) \vec{a} \cdot \vec{b} < 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} > 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} < 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

8. Сформулируйте определение (1), (2), (3) линейной комбинации векторов

$$\vec{a} \cdot \vec{e} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

Рассчитайте длину вектора \vec{a}

$$|\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cos 0^\circ = |\vec{a}|^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

Рассчитайте косинус угла α между векторами

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \text{ где } \cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

210/214

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \{-136; 15\} \\ 10\vec{a} &= \vec{c} + 10\vec{b} \\ \vec{b} &= \{2y-15; x+20; 6\} \\ \vec{a} &= \{x; y\} \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} 10\vec{a} &= \{10x; 10y\} \\ 10\vec{b} &= \{20y-150; 10x+216\} \\ \vec{c} + 10\vec{b} &= \{20y-286; 10x+221\} \\ 10\vec{a} &= \vec{c} + 10\vec{b} \Rightarrow \end{aligned} \right.$$

$$\begin{cases} 10x = 20y - 286 \\ 10y = 10x + 221 \end{cases} \quad \left| \begin{aligned} 5x - 10y &= -143 \\ 10x - 10y &= -221 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} x = -78/5 \\ y = 6,5 \end{cases}$$

Отг. $\vec{a} = \{-78/5; 6,5\}$

216/

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \{4x+1; x-1; 2+x\} \\ \vec{b} &= \{-1; x; x+1\} \\ \vec{a} \parallel \vec{b} \\ x &= ? \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} \vec{a} \parallel \vec{b} &\Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \\ \frac{4x+1}{-1} = \frac{x-1}{x} = \frac{2+x}{x+1} \\ \frac{4x+1}{-1} = \frac{x-1}{x} &\Rightarrow \begin{cases} 4x^2+2x-1=0 \\ x^2-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1/2, x_2 = 1/2 \\ x = -1 \end{cases} \end{aligned} \right.$$

Отг. (3)

212/

$$\begin{aligned} |\vec{b}| &= 9, \vec{b} \parallel \vec{a} \\ \vec{a} &= \{2\sqrt{2}; -1\} \\ \vec{b} &= \{x; y\} \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} \vec{b} \parallel \vec{a} &\Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \quad (\vec{a} = \lambda \vec{b}) \\ \frac{x}{2\sqrt{2}} = \frac{y}{-1} &\Rightarrow \begin{cases} y^2 = \frac{x^2}{8} \\ \sqrt{x^2+y^2} = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 9 \\ x^2 + \frac{x^2}{8} = 81 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm 3 \\ x^2 = 72 \end{cases} \\ x_{1,2} &= \pm 6\sqrt{2} \end{aligned} \right.$$

Отг. $\vec{b} = \{3; 6\sqrt{2}\} \quad \vec{b} = \{-3; 6\sqrt{2}\}$
 $\vec{b} = \{3; -6\sqrt{2}\} \quad \vec{b} = \{-3; -6\sqrt{2}\}$

211/

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \{-\sqrt{5}; 2\} \\ \vec{b} &= \{x; -2\sqrt{5}\} \\ \vec{a} \perp \vec{b} &= \cos \alpha \cos(-\frac{\pi}{2}) \\ x &= ? \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} \cos \alpha \cos \beta &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-\sqrt{5}x - 4\sqrt{5}}{\sqrt{5+4} \cdot \sqrt{x^2+20}} = \frac{-\sqrt{5}(x+4)}{3\sqrt{x^2+20}} \\ \frac{-\sqrt{5}(x+4)}{3\sqrt{x^2+20}} &= \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow 3x+12 = 4\sqrt{x^2+20} \\ 9x^2+72x+144 &= 16x^2+320 \\ 7x^2-72x+176 &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{36 \pm 8}{7} \end{aligned} \right.$$

Отг. $\frac{44}{7}$

2142 $\vec{a} = \{12, -12, 15\}$
 $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = 10$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10 \cdot 10 \cdot \cos \alpha = 100$
 $\vec{a} = \{x, y, z\}$

1) $\vec{a} = \{12, -12, 15\}$
 $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = 10$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 100$
 $\vec{a} = \{x, y, z\}$

2) $\vec{a} = \{12, -12, 15\}$
 $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = 10$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 100$
 $\vec{a} = \{x, y, z\}$

2210 $\vec{a} = \{1, 1\}$
 $\vec{b} = \{1, -1\}$
 $2\vec{p} + \vec{q} = \vec{a}$
 $\vec{p} + 2\vec{q} = \vec{b}$
 $\vec{p} \wedge \vec{q} = ?$

$\vec{p} = \frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b})$
 $\vec{q} = \frac{1}{3}(2\vec{b} - \vec{a})$
 $\cos \vec{p} \wedge \vec{q} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{q}}{|\vec{p}| \cdot |\vec{q}|}$

$\vec{p} = \frac{1}{3}\{1, 3\} = \{\frac{1}{3}, 1\}$
 $\vec{q} = \frac{1}{3}\{1, -3\} = \{\frac{1}{3}, -1\}$

$|\vec{p}| = \sqrt{\frac{1}{9} + 1} = \frac{\sqrt{10}}{3}, |\vec{q}| = \sqrt{\frac{1}{9} + 1} = \frac{\sqrt{10}}{3}$
 $\vec{p} \cdot \vec{q} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot (-1) = \frac{1}{9} - 1 = -\frac{8}{9}$
 $\Rightarrow \cos \vec{p} \wedge \vec{q} = \frac{-\frac{8}{9}}{\frac{\sqrt{10}}{3} \cdot \frac{\sqrt{10}}{3}} = -\frac{8 \cdot 9}{9 \cdot 10} = -\frac{4}{5}$

2198 $\vec{a} = \{3, 1\}$
 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 6$
 $|\vec{a} - \vec{b}| = ?$

$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} - \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2}$
 $= \sqrt{|\vec{a}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}| \cos \alpha + |\vec{b}|^2}$
 $= \sqrt{9 - 36 + 36} = 3$

$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2}$
 $= \sqrt{|\vec{a}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}| \cos \alpha + |\vec{b}|^2} = \sqrt{9 + 36 + 36} = 9$

Thus: $|\vec{a} + \vec{b}| = 9$
 $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$

2254 $\vec{a} = \{3, 4\}$
 $\vec{b} = \{-4, 3\}$
 $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 5$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -12 + 12 = 0$
 $\vec{a} = \{x, y\}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 $\vec{a} = \{x, y\}$
 $\vec{b} = \{-4, 3\}$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4x + 3y = 0$
 $4x = 3y$
 $x = \frac{3}{4}y$
 $\vec{a} = \{\frac{3}{4}y, y\}$
 $|\vec{a}| = 5$
 $\sqrt{(\frac{3}{4}y)^2 + y^2} = 5$
 $\sqrt{\frac{9}{16}y^2 + y^2} = 5$
 $\sqrt{\frac{25}{16}y^2} = 5$
 $\frac{5}{4}|y| = 5$
 $|y| = 4$
 $y = \pm 4$
 $x = \pm 3$
 $\vec{a} = \{3, 4\}$
 $\vec{a} = \{-3, -4\}$



ՍԱՀՄԱՏՈՒՄ

$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ բաղադրված է հաջորդականությունից
կազմված երկրաչափական պրոգրեսիայի, եթե հրա յուրաքանչյուր
անդամ ստացվում է հանդիմացի անդամի և նրա հարևանի արտադրյալի
բաժանումից, որը կոչվում է երկրաչ. պրոգր.-ի հարաբար q -ով:

Այսինքն՝

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \dots = \frac{b_n}{b_{n-1}} = q \Rightarrow b_n = b_{n-1} \cdot q$$

Պարամետրներ

Երբ $q > 1$ — աճող է
Երբ $0 < q < 1$ — նվազող է

$$\begin{cases} q \neq 0 \\ q \neq 1 \end{cases}$$

1) Հնչեանք անդամի (b_n -ի) բանաձևը

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

2) Պահանջ n անդամների գումարը ($S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$)

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$$

կամ

$$S_n = \frac{b_1 - b_n \cdot q}{1-q}$$

Հարկումներ

$$b_k = \sqrt{b_{k-1} \cdot b_{k+1}}$$

Ջոկին երկրաչափականը

ԱՆՎԵՐՋ ԵՎԱԶՈՂ ԵՐԿՐԱՇԱԲԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱ

Երբ $q < 1$, ապա $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ նվազող երկրաչափական
պրոգրեսիան կոչվում է անվերջ նվազող երկր. պրոգրեսիա, որի
գումարը (սիմա) հաշվում են հետևյալ բանաձևով՝

$$S = \frac{b_1}{1-q}$$

